



## Vorlesung „Regelungstechnik“

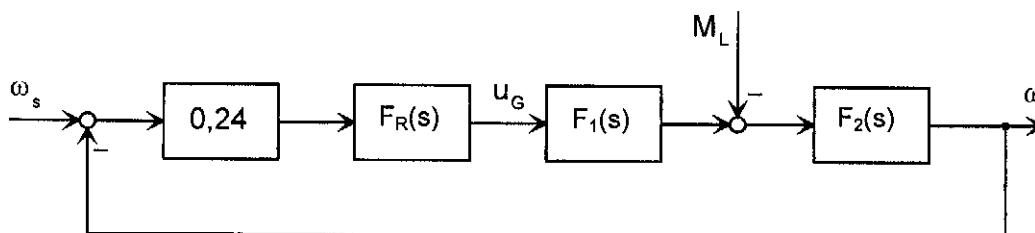
Übungsblatt 10

Bei dem stromrichter gespeisten Gleichstrommotor aus Übungsaufgabe 1 soll die Winkelgeschwindigkeit  $\omega(t)$  geregelt werden. Die Strecke wird durch das umgeformte Strukturbild aus Übungsaufgabe 4 beschrieben. Als Messeinrichtung fungiert ein Tachogenerator mit dem Verstärkungsfaktor  $K_J = 0,24$ , und es kommen verschiedene Reglertypen  $F_R(s)$  zum Einsatz. Ausgangspunkt ist damit die nachfolgend gezeigte Regelkreisstruktur mit

$$F_1(s) = \frac{2478}{(1+0,005s)(1+0,050s)} \quad \text{und} \quad F_2(s) = 2,93 \cdot 10^{-3} \frac{1+0,050s}{(1+0,055s)(1+0,531s)}$$

$\tau_{11}$        $\tau_{12}$        $\tau_{21}$        $\tau_{22}$

wobei alle Größen normiert dargestellt sind.



### Übungsaufgabe 10.1:

Die Strecke werde mit einem P-Regler geregelt.

- Geben Sie die Übertragungsfunktion  $F_o(s)$  des offenen Kreises an.
- Als kritische Kreisverstärkung wurde  $V_{\text{krit}} \approx 129$  ermittelt. Für welche Werte der Reglerverstärkung  $K_R$  ist der Regelkreis stabil?
- Approximieren Sie die Übertragungsfunktion des offenen Kreises  $F_o(s)$  durch eine einfachere Übertragungsfunktion  $F_{o,\text{approx}}(s)$ , indem Sie in  $F_o(s)$  die kleinste Zeitkonstante vernachlässigen. Unter Verwendung der Übertragungsfunktion  $F_{o,\text{approx}}(s)$  ergibt sich die vereinfachte Führungsübertragungsfunktion des Regelkreises zu

$$F_{w,\text{approx}}(s) = \frac{K}{1+2DTs+T^2s^2}$$

Wie muss die Reglerverstärkung  $K_R$  gewählt werden, damit  $F_{w,\text{approx}}(s)$  eine Dämpfung von  $D = \frac{1}{2}\sqrt{2}$  besitzt (d.h. max. 5% Überschwingen mit  $y_{\sigma,\text{approx}}(t) = 0,95y_{\sigma,\text{approx}}(\infty)$  für  $t = t_{95} = 3T$ ).

Bestimmen Sie die Zeit  $t_{95}$ . Legen Sie zur Bestimmung von  $K_R$  und  $t_{95}$  jeweils die vereinfachte Übertragungsfunktion  $F_{o,\text{approx}}(s)$  zugrunde. Ist der reale Regelkreis mit der bestimmten Reglerverstärkung  $K_R$  stabil?

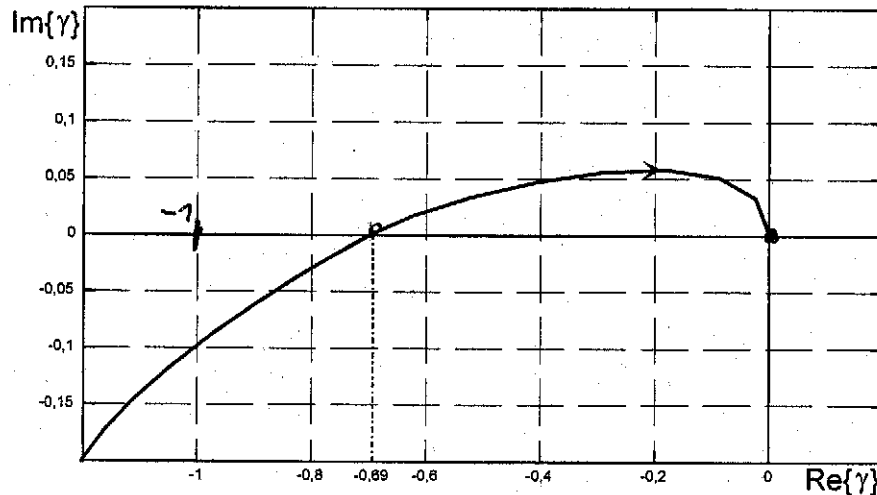
- Wie groß ist die bleibende Regeldifferenz  $e_\infty$  des realen Regelkreises bei einem Einheitssprung der Führungsgröße  $\omega_s$ ?

## Übungsaufgabe 10.2:

Die Strecke werde mit einem PI-Regler geregelt.

- a) Geben Sie die Übertragungsfunktion  $F_o(s)$  des offenen Kreises an und wählen Sie die Reglerzählerzeitkonstante  $T_R$ .

Aus einer Frequenzgangsmessung ergibt sich bei einer Kreisverstärkung von  $V = 150$  die nachfolgend abgebildete Ortskurve für  $F_o(j\omega)$ :



- b) Für welche Werte von  $K_R$  ist der Regelkreis stabil?
- c) Approximieren Sie die Übertragungsfunktion des offenen Kreises  $F_o(s)$  durch eine einfachere Übertragungsfunktion  $F_{o,approx}(s)$ , indem Sie in  $F_o(s)$  die kleinste Zeitkonstante vernachlässigen. Als vereinfachte Führungsübertragungsfunktion ergibt sich wieder die Übertragungsfunktion  $F_{w,approx}(s)$  gemäss Teilaufgabe 10.1c). Wie muss die Reglerverstärkung  $K_R$  gewählt werden, damit  $F_{w,approx}(s)$  eine Dämpfung von  $D = \frac{1}{2}\sqrt{2}$  besitzt. Bestimmen Sie die Zeit  $t_{95}$ . Legen Sie zur Bestimmung von  $K_R$  und  $t_{95}$  jeweils die vereinfachte Übertragungsfunktion  $F_{o,approx}(s)$  zugrunde. Ist der reale Regelkreis mit der bestimmten Reglerverstärkung  $K_R$  stabil?
- d) Gibt es beim realen Regelkreis eine bleibende Regeldifferenz  $e_\infty$ ?

## Übungsaufgabe 10.3:

Die Strecke werde mit einem realen PID-Regler geregelt.

- a) Geben Sie die Übertragungsfunktion  $F_o(s)$  des offenen Kreises an und wählen Sie die Reglerzählerzeitkonstanten  $T_{R1}$ ,  $T_{R2} > T_{R1}$  und die Reglernennerzeitkonstante  $\tau = 0,1T_{R1}$ .
- b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquistkriteriums für welche Werte von  $K_R$  der Regelkreis stabil ist.
- c) Approximieren Sie die Übertragungsfunktion des offenen Kreises  $F_o(s)$  durch eine einfachere Übertragungsfunktion  $F_{o,approx}(s)$ , indem Sie in  $F_o(s)$  die beiden verbleibenden Zeitkonstanten durch ihre Summenzeitkonstante ersetzen. Als vereinfachte Führungsübertragungsfunktion ergibt sich wieder die Übertragungsfunktion  $F_{w,approx}(s)$  gemäss Teilaufgabe 10.1c). Wie muss die Reglerverstärkung  $K_R$  gewählt werden, damit  $F_{w,approx}(s)$  eine Dämpfung von  $D = \frac{1}{2}\sqrt{2}$  besitzt. Bestimmen Sie die Zeit  $t_{95}$ . Legen Sie zur Bestimmung von  $K_R$  und  $t_{95}$  jeweils die vereinfachte Übertragungsfunktion  $F_{o,approx}(s)$  zugrunde. Ist der reale Regelkreis mit der bestimmten Reglerverstärkung  $K_R$  stabil?
- d) Gibt es beim realen Regelkreis eine bleibende Regeldifferenz  $e_\infty$ ?

## Übungsaufgabe 10.4:

Vergleichen Sie die  $t_{95}$ -Zeiten der drei Reglerentwürfe.



Vorlesung „Regelungstechnik“

Lösung Übungsblatt 10

Übungsaufgabe 10.1

$$a) \quad \bar{F}_0(s) = K_f \bar{F}_R(s) \bar{F}_1(s) \bar{F}_2(s) = \frac{1,74 K_R}{(1 + 0,005s)(1 + 0,055s)(1 + 0,531s)}$$

$$b) \quad V = 1,74 K_R < V_{krit} \leadsto K_R < \frac{V_{krit}}{1,74} = K_{R,krit} = \underline{\underline{74,14}}$$

$$c) \quad \bar{F}_{0,approx}(s) = \frac{1,74 K_R}{(1 + 0,055s)(1 + 0,531s)} = \frac{V}{(1 + T_1s)(1 + T_2s)}$$

$$\begin{aligned} \bar{F}_{W,approx}(s) &= \frac{\bar{F}_{0,approx}(s)}{1 + \bar{F}_{0,approx}(s)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\bar{F}_{0,approx}(s)}} \\ &= \frac{\frac{V}{V+1}}{1 + \underbrace{\frac{T_1+T_2}{V+1}}_{=2DT} s + \underbrace{\frac{T_1 T_2}{V+1}}_{=\frac{T^2}{2}} s^2} \end{aligned}$$

$$\leadsto K_R = \frac{1}{1,74} \left( \frac{(T_1+T_2)^2}{2T_1 T_2} - 1 \right) = \underline{\underline{2,8}}$$

$$t_{95} = 3T = 3 \sqrt{\frac{T_1 T_2}{1,74 K_R + 1}} = \underline{\underline{0,21}}$$

Mit  $K_R < K_{R,krit} = 74,14$  ist Rk stabil

$$\begin{aligned} d) \quad e_{\infty} &= w_{s,\infty} - w_{\infty} = (1 - \bar{F}_W(0)) w_{s,\infty} = 1 - \frac{V}{1+V} \\ &= \frac{1}{1+V} = \frac{1}{1+1,74 K_R} = \underline{\underline{0,17}} \end{aligned}$$



Vorlesung „Regelungstechnik“

Lösung Übungsblatt 10

Übungsaufgabe 10.2

$$a) F_0(s) = K_R F_R(s) F_1(s) F_2(s) = \frac{1,74 K_R (1 + T_R s)}{s(1 + 0,005s)(1 + 0,055s)(1 + 0,531s)}$$

$$T_R = 0,531$$

$$= \frac{1,74 K_R}{s(1 + 0,005s)(1 + 0,055s)}$$

$$b) \frac{F_{0,krit}(j\omega_{-180^\circ})}{F_0(j\omega_{-180^\circ})} = \frac{K_{R,krit} K_S \overline{F_0}(j\omega_{-180^\circ})}{V \overline{F_0}(j\omega_{-180^\circ})} = \frac{-1}{-0,69} \quad \text{mit } K_S = 1,74$$

$$\leadsto K_{R,krit} = \frac{1}{0,69} \frac{V}{K_S} = 124,94$$

$$\text{also } K_R < K_{R,krit} = 124,94$$

$$c) F_{0,approx}(s) = \frac{1,74 K_R}{s(1 + 0,055s)} = \frac{V}{s(1 + T_1 s)}$$

$$F_{w,approx}(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{F_{0,approx}(s)}} = \frac{1}{1 + \underbrace{\frac{1}{V}}_{=2\delta T} s + \underbrace{\frac{T_1}{V}}_{=T^2} s^2}$$

$$\leadsto K_R = \frac{1}{1,74 \cdot 2 \cdot T_1} = \underline{\underline{5,22}}$$

$$t_{95} = 3T = 3 \sqrt{\frac{T_1}{1,74 K_R}} = \underline{\underline{0,23}}$$

Mit  $K_R < K_{R,krit} = 124,94$  ist Rk stabil

d) keine bleibende Regeldifferenz  $e_{\infty}$ , da I-Anteil im Regler



Übungsaufgabe 10.3

a)  $F_0(s) = K_F F_{A(s)} F_z(s) F_L(s) = \frac{1,74 K_R (1+T_{E1}s)(1+T_{E2}s)}{s(1+0,1T_{E1}s)(1+0,005s)(1+0,055s)(1+0,631s)}$   
 $T_{E1} = 0,055$   
 $T_{E2} = 0,531$   
 $\frac{1,74 K_R}{s(1+0,005s)(1+0,055s)}$

b) Nyquistkriterium: kritischer Fall

$F_0(j\omega) = \frac{Z_0(s)}{N_0(s)} = \frac{V}{s(1+T_1s)(1+T_2s)} = -1$

$\leadsto Z_0(s) + N_0(s) = 0$

$V + s(1+T_1s)(1+T_2s) = V + s + (T_1+T_2)s^2 + T_1T_2s^3 = 0$

mit  $s = j\omega$  gilt

$V - (T_1+T_2)\omega^2 + j\omega(1-T_1T_2\omega^2) = 0$   
 $= 0$  mit  $\omega_{krit}^2 = 0 \leadsto \omega_{krit} = \frac{1}{T_1T_2}$   
 $V_{krit} = \frac{T_1+T_2}{T_1T_2} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}$

$\leadsto K_R < K_{R,krit} = \frac{V_{krit}}{1,74} = \frac{1}{1,74} \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) = \underline{\underline{219,4}}$

c)  $F_{0,approx}(s) = \frac{1,74 K_R}{s(1+0,005s+0,005s)} = \frac{1,74 K_R}{s(1+0,0106s)}$   
 $= \frac{1,74 K_R}{s(1+T_Es)}$



c) Aus Teilaufgabe 10.2c) folgt

$K_R = \frac{1}{1,74 \cdot 2 \cdot T_E} = \underline{\underline{27,37}}$

$t_{95} = 3T = 3 \sqrt{\frac{T_E}{1,74 K_R}} = \underline{\underline{0,04}}$

Mit  $K_R < K_{R,krit} = 219,4$  ist  $R_k$  stabil

d) keine bleibende Regeldifferenz  $\infty$ , da I-Anteil im Regler

Übungsaufgabe 10.4

$t_{95,P} \approx t_{95,PI} > t_{95,PI}$



Vorlesung „Regelungstechnik“

Beiblatt zu Übungsaufgabe 10

