

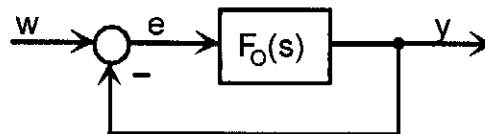


## Vorlesung „Regelungstechnik“

Übungsblatt 7

### Übungsaufgabe 7.1

Für den folgenden Regelkreis gelte  $F_O(s) = \frac{V}{(1+T_1s)(1+T_2s)(1+T_3s)}$  mit  $V > 0$ :



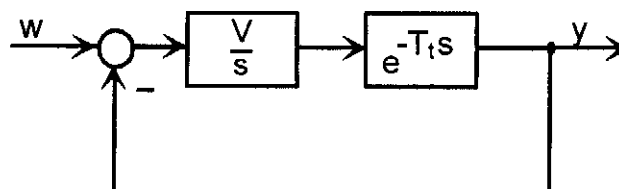
- Skizzieren Sie die Ortskurve des offenen Kreises.
- Für welche Werte  $V > 0$  ist der Regelkreis nach dem Nyquistkriterium stabil?
- In  $F_O(s)$  sei die Zeitkonstante  $T_1$  klein gegenüber den Zeitkonstanten  $T_2$  und  $T_3$ . Welche Stabilitätsaussage erhält man im Unterschied zu Teilaufgabe b), wenn  $T_1$  vernachlässigt d.h.  $T_1 = 0$  gesetzt wird?

Es gelte  $T_1 = 0,005$  sec,  $T_2 = 0,055$  sec und  $T_3 = 0,531$  sec (vgl. Übungsaufgabe 4).

- Gibt es ein  $V$  derart, daß der Regelkreis stabil ist und  $e_\infty / w_\infty < 1\%$  bei Sprunganregung gilt? Wenn ja, geben Sie den zulässigen Bereich für  $V$  an.

### Übungsaufgabe 7.2

Gegeben sei der nachfolgende Regelkreis mit  $V > 0$  und  $T_t > 0$ :



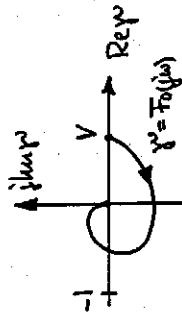
- Skizzieren Sie die Ortskurve des offenen Kreises.
- Ab welchem Wert  $V_{krit}$  der Kreisverstärkung wird der Regelkreis instabil?



Vorlesung „Regelungstechnik“ Lösung Übungsblatt 7

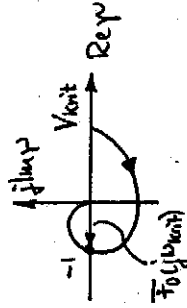
Übungsaufgabe 7.1

$n=3$



a)

b) Betrachten „kritischen Fall“



$$F_0(s) = \frac{Z_0(s)}{N_0(s)} = -1 \leadsto Z_0(s) + N_0(s) = 0$$

$$Z_0(s) + N_0(s) = V + (1 + T_1 s)(1 + T_2 s)(1 + T_3 s)$$

$$= V + 1 + (T_1 + T_2 + T_3)s + (T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3)s^2 + T_1 T_2 T_3 s^3$$

$$s=j\omega \Rightarrow V + 1 - (T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3)\omega^2$$

$$+ j((T_1 + T_2 + T_3)\omega - T_1 T_2 T_3 \omega^3) = 0$$

2 Bedingungengleichungen

$$\textcircled{2} \text{ Re: } V + 1 - (T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3)\omega^2 = 0 \leadsto \omega_{krit}$$

$$\textcircled{1} \text{ Im: } (T_1 + T_2 + T_3)\omega - T_1 T_2 T_3 \omega^3 = 0 \leadsto \omega_{krit}$$

-1-

Vorlesung „Regelungstechnik“ Lösung Übungsblatt 7

Imaginärteil bed.:

$$(T_1 + T_2 + T_3 - T_1 T_2 T_3 \omega^2) \omega = 0$$

$$\leadsto \omega_{krit}^2 = \frac{T_1 + T_2 + T_3}{T_1 T_2 T_3} ; \omega = 0 \text{ ist keine Lsg. (siehe OK)}$$

$\omega_{krit}$  in Realteilbed. einsetzen

$$V_{krit} = (T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3) \frac{T_1 + T_2 + T_3}{T_1 T_2 T_3} - 1$$

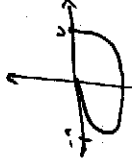
$$= 2 + \frac{T_1 + T_2}{T_3} + \frac{T_1 + T_3}{T_2} + \frac{T_2 + T_3}{T_1}$$

Rk stabil für  $0 < V < V_{krit}$

c)  $\lim_{T_i \rightarrow 0} V_{krit} = \infty$ , d.h. Rk für alle  $V > 0$  stabil

Ergebnis von b) und c):

kleine erte. vernachlässigte Zeitkonstanten machen sich bei großen Verstärkungen im Stabilitätsverhalten bemerkbar



-2-



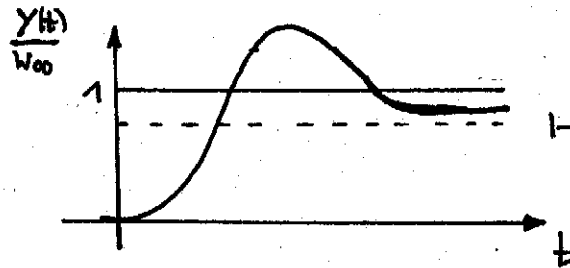
Vorlesung „Regelungstechnik“

Lösung Übungsblatt 7

b)  $\frac{e_{\infty}}{W_{\infty}} < 0,01 \leadsto e_{\infty} < 0,01 W_{\infty}$

anschaulich:

$$\frac{e_{\infty}}{W_{\infty}} = 1 - \frac{y_{\infty}}{W_{\infty}} < 0,01$$



$$1 - \epsilon = 1 - 0,01 = 0,99$$

$\frac{y_{\infty}}{W_{\infty}} > 1 - \underbrace{0,01}_{\epsilon}$

stationäre Regeldifferenz  $e_{\infty}$

$$e_{\infty} = W_{\infty} - y_{\infty} = (1 - F_W(0)) W_{\infty}$$

mit  $F_W(0) = \frac{F_0(0)}{1 + F_0(0)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{F_0(0)}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{V}} = \frac{V}{1+V}$  gilt

$$e_{\infty} = \left(1 - \frac{V}{1+V}\right) W_{\infty} = \frac{1}{1+V} W_{\infty} < 0,01 W_{\infty}$$

$$\leadsto 1 + V > 100 \leadsto V > 99$$

zulässiger Bereich für  $V$  damit  $R_k$  stabil

$$0 < V < V_{\text{krit}} = 2 + \frac{T_1 + T_2}{T_3} + \frac{T_1 + T_3}{T_2} + \frac{T_2 + T_3}{T_1} = 129,06$$

Zulässiger Bereich, wo  $R_k$  stabil und  $\frac{e_{\infty}}{W_{\infty}} < 1\%$

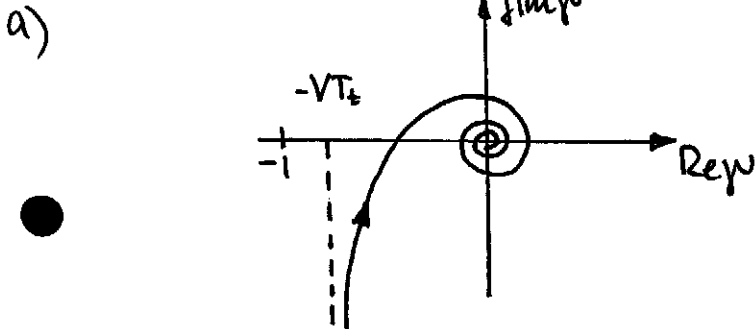
$$\underline{\underline{99 < V < 129,06}}$$



Vorlesung „Regelungstechnik“

Lösung Übungsblatt 7

Übungsaufgabe 7.2



$$p = F_0(j\omega) = \frac{V}{j\omega} e^{-jT_t\omega}$$

Asymptote für kleine  $\omega$ :

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \operatorname{Re} F_0(j\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{V \cos(T_t\omega + \frac{\pi}{2})}{\omega}$$

$$\stackrel{\text{LH}}{=} \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{-V \sin(T_t\omega + \frac{\pi}{2}) T_t}{1} = -VT_t$$

b) "kritischer Fall"

$$F_0(j\omega) = \frac{V}{\omega} e^{-j(T_t\omega + \frac{\pi}{2})} = -1 = e^{-j(2k+1)\pi}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

↪ Phasenbedingung:

$$T_t\omega + \frac{\pi}{2} = (2k+1)\pi \quad \leadsto \quad \omega = \frac{1}{T_t} ((2k+1)\pi - \frac{\pi}{2})$$

-  $\omega_{\text{krit}}$  ist kleinste pos. Frequenz, für die obige Gl. erfüllt ist (siehe OK?)

also  $k=0$ :  $\omega_{\text{krit}} = \frac{\pi}{2T_t}$

Betragsbedingung:

$$\frac{V_{\text{krit}}}{\omega_{\text{krit}}} = 1 \quad \leadsto \quad V_{\text{krit}} = \omega_{\text{krit}} = \underline{\underline{\frac{\pi}{2T_t}}}$$

$$\begin{aligned} e^{-j(T_t\omega + \frac{\pi}{2})} &= -1 \\ T_t\omega + \frac{\pi}{2} &= \pi(2k+1) \\ 2T_t\omega &= 4k\pi + \pi \\ \omega &= \frac{4k+1}{2T_t} \cdot \pi \\ \underline{\underline{k=0}} &\quad \& \quad \underline{\underline{\frac{V}{\omega} = 1}} \end{aligned}$$