



## Vorlesung „Regelungstechnik“

Übungsblatt 8

### Übungsaufgabe 8.1

Gegeben sei die folgende Übertragungsfunktion eines offenen Regelkreises:

$$F_O(s) = \frac{V(1+T_Z s)}{s^2(1+T_N s)} \quad \text{mit } V > 0, T_N > 0 \text{ und einstellbarem } T_Z > 0.$$

- Skizzieren Sie die zu  $F_O(s)$  gehörende Ortskurve des offenen Kreises für die drei Fälle  $T_Z = 0 \text{ sec}$ ,  $T_Z = T_N$  und  $T_Z = 2T_N$ .
- Wie muß man also  $T_Z$  im Vergleich zu  $T_N$  wählen, um überhaupt Stabilität des entsprechenden Regelkreises zu ermöglichen. Welche Werte  $V > 0$  sind dann zulässig?

### Übungsaufgabe 8.2

Gegeben sei die folgende Übertragungsfunktion eines offenen Regelkreises:

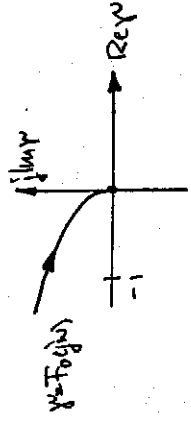
$$F_O(s) = \frac{V(1+T_Z s)}{s(1+T_1 s)(1+T_2 s)} \quad \text{mit } V > 0, T_1 = 10 \text{ sec}, T_2 = 20 \text{ sec und } T_Z \text{ variabel.}$$

- Skizzieren Sie für  $V = \frac{1}{\text{sec}}$  die zu  $F_O(s)$  gehörende Ortskurve des offenen Kreises für die drei Fälle  $T_Z = 0 \text{ sec}$ ,  $T_Z = T_1$  sowie  $T_Z = T_2$ .
- Wie sieht für  $V = \frac{1}{\text{sec}}$  der prinzipielle Verlauf der Ortskurve in den drei Zwischenbereichen  $0 < T_Z < T_1$ ,  $T_1 < T_Z < T_2$  sowie  $T_2 < T_Z$  aus?
- Für welche  $T_Z \geq 0$  kann der Regelkreis für positive  $V$  instabil werden? Wie lauten dann  $\omega_{\text{krit}}$  und  $V_{\text{krit}}$ ?

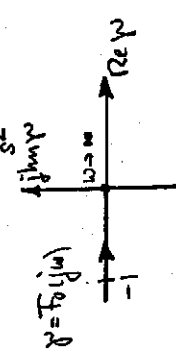


Übungsaufgabe 8.1

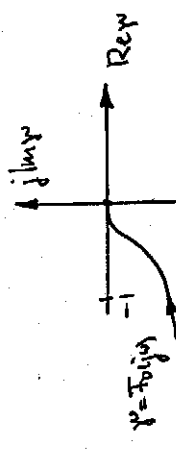
a)  $T_z = 0$ :  $F_0(s) = \frac{V}{s^2(1+T_N s)}$  keine Nullstelle  
→ pos. imaginäre Achse



$T_z = T_N$ :  $F_0(s) = \frac{V}{s^2}$   
 $\arg F_0(j\omega) = \arg\left(-\frac{V}{\omega^2}\right) = -\pi$   
 $V_N > 0$



$T_z = 2T_N$ :  $F_0(s) = \frac{V(1+2T_N s)}{s^2(1+T_N s)} = \frac{Z_0(s)}{N_0(s)}$   
 $\omega \rightarrow \infty$ : grad  $N_0(s)$  - grad  $Z_0(s) = 2$   
→ neg. reelle Achse ist Asymptote



Aus welchem Quadranten kommt OK?  
Zerlegung von  $F_0(j\omega)$  in Real- und Imaginärteil  
 $F_0(j\omega) = \frac{V(1+jT_N \omega)(1-jT_N \omega)}{-\omega^2(1+T_N^2 \omega^2)}$



$$F_0(j\omega) = \frac{V(1+j(T_z-T_N)\omega + T_z T_N \omega^2)}{-\omega^2(1+T_N^2 \omega^2)}$$

$$= -\frac{V(1+T_z T_N \omega^2)}{\omega^2(1+T_N^2 \omega^2)} - j \frac{V(T_z-T_N)\omega}{\omega^2(1+T_N^2 \omega^2)}$$

für kleine  $\omega$  gilt

$$F_0(j\omega) \approx -\frac{V}{\omega^2} - j \frac{V(T_z-T_N)}{\omega}$$

2 Fälle möglich:  $-Re -Im$

①  $T_z > T_N$ : OK kommt aus 3. Quadranten

②  $T_z < T_N$ : OK kommt aus 2. Quadranten  
also für  $T_z = 2T_N \rightarrow$  ④  $-Re -Im$

b) OK läßt Punkt -1 immer links liegen, wenn sie aus dem 3. Quadranten kommt  
→  $T_z > T_N$  und OK stabil für  $V > 0$



### Übungsaufgabe 8.2:

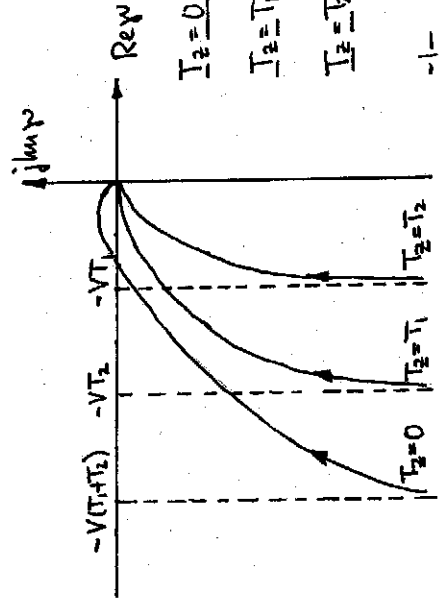
Zerlegung von  $F_0(j\omega)$  in Real- und Imaginärteil

$$\begin{aligned} F_0(j\omega) &= \frac{V(1+jT_2\omega)}{j\omega(1+jT_1\omega)(1+jT_2\omega)} = \frac{V}{j\omega(1+jT_2\omega)} \\ &= \frac{V(1+jT_2\omega)(1-T_1T_2\omega^2 - j(T_1+T_2)\omega)}{j\omega((1-T_1T_2\omega^2)^2 + (T_1+T_2)^2\omega^2)} \\ &= \frac{V(1+T_2(T_1+T_2)-T_1T_2)\omega^2 + jV((T_2-T_1-T_2)\omega - T_2T_1T_2\omega^3)}{j\omega((1-T_1T_2\omega^2)^2 + (T_1+T_2)^2\omega^2)} \\ &= \frac{V(T_2-T_1-T_2-T_2T_1T_2\omega^2)}{(1-T_1T_2\omega^2)^2 + (T_1+T_2)^2\omega^2} - j \frac{V(1+(T_2(T_1+T_2)-T_1T_2)\omega^2)}{\omega((1-T_1T_2\omega^2)^2 + (T_1+T_2)^2\omega^2)} \end{aligned}$$

für kleine  $\omega$  gilt

$$F_0(j\omega) \approx V(T_2-T_1-T_2) - j \frac{V}{\omega}$$

a)



$$\begin{aligned} T_2=0: F_0(s) &= \frac{V}{s(1+T_1s)(1+T_2s)} \\ T_2=T_1: F_0(s) &= \frac{V}{s(1+T_2s)} \\ T_2=T_2: F_0(s) &= \frac{V}{s(1+T_1s)} \end{aligned}$$



b) siehe Beiblatt

c) Notwendige Bedingung für instabilen Rk in Aufgabe:

OK muß neg. reelle Achse schneiden

$$\hookrightarrow \operatorname{Im}\{F_0(j\omega)\} \stackrel{!}{=} 0 \quad \forall \omega > 0 \quad \hookrightarrow 1+(T_2(T_1+T_2)-T_1T_2)\omega^2 = 0$$

reelle Lsg. nur, falls  $T_2(T_1+T_2)-T_1T_2 < 0$

$$\hookrightarrow T_2 < \frac{T_1T_2}{T_1+T_2} = 6,67 \quad \omega_{\text{krit}} = \frac{1}{T_1T_2 - T_2(T_1+T_2)}$$

$V_{\text{krit}}$  aus Realteil von  $F_0(j\omega)$ :  $\operatorname{Re}\{F_0(j\omega_{\text{krit}})\} \stackrel{!}{=} -1$  oder

$$F_0(j\omega) = \frac{Z_0(j\omega)}{N_0(j\omega)} = -1 \quad \hookrightarrow Z_0(j\omega) + N_0(j\omega) = 0$$

$$V(1+jT_2\omega) + j\omega(1+jT_1\omega)(1+jT_2\omega) = 0$$

$$V(1+jT_2\omega) + j\omega(1-T_1T_2\omega^2 + j(T_1+T_2)\omega) = 0$$

$$V - (T_1+T_2)\omega^2 + j\omega(VT_2 + 1 - T_1T_2\omega^2) = 0$$

$$\begin{aligned} \hookrightarrow V_{\text{krit}} - (T_1+T_2)\omega_{\text{krit}}^2 &= 0 \quad \hookrightarrow V_{\text{krit}} = (T_1+T_2)\omega_{\text{krit}}^2 \\ &= \frac{T_1+T_2}{T_1T_2 - T_2(T_1+T_2)} \end{aligned}$$

also: Rk kann für  $0 \leq T_2 \leq 6,67$  instabil werden mit

$$\omega_{\text{krit}} = \frac{1}{\sqrt{T_1T_2 - T_2(T_1+T_2)}} = \frac{1}{\sqrt{200 \text{ sec}^2 - 30 \text{ sec} T_2}}$$

$$V_{\text{krit}} = \frac{T_1+T_2}{T_1T_2 - T_2(T_1+T_2)} = \frac{3}{20 \text{ sec} - 3T_2}$$



Vorlesung „Regelungstechnik“

Beiblatt zu Aufgabe 8.2

Ortskurven des offenen Kreises für verschiedene  $T_Z$ :

