

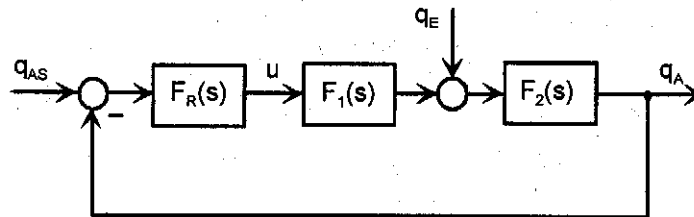


Vorlesung „Regelungstechnik“

Übungsblatt 9

Übungsaufgabe 9.1

Gegeben sei der Regelkreis



mit der linearisierten Durchflußregelstrecke

$$F_1(s) = \frac{5000}{1 + 0,5s} \quad \text{und} \quad F_2(s) = \frac{1}{1 + 333,3s}$$

aus Übungsaufgabe 5. Als Regler soll ein PI-Regler gemäß

$$F_R(s) = K_R \frac{1 + T_R s}{s}$$

verwendet werden.

- Wählen Sie die Zählerzeitkonstante T_R des PI-Reglers so, dass die größte Zeitkonstante der Strecke kompensiert wird. Für welche Reglerverstärkungen K_R besitzt der Regelkreis eine Phasenreserve von $\varphi_{R1} = 60^\circ$ und $\varphi_{R2} = 45^\circ$?
- Ist die Kompensation der größten Zeitkonstante auch im Störverhalten $F_z(s) = q_A(s) / q_E(s)$ wirksam? Begründen Sie Ihre Antwort, indem Sie die Störübertragungsfunktion $F_z(s)$ bestimmen.

Übungsaufgabe 9.2

Die Regelstrecke

$$F_S(s) = \frac{1}{s^2(1 + Ts)}$$

soll mit einem (idealen) PD-Regler

$$F_R(s) = K_R(1 + T_R s)$$

Handwritten: $K_R \frac{1 + T_R s}{1 + T s}$ and $T = 0$ (circled)

geregelt werden, wobei der Regelkreis nur für $T_R > T$ stabil sein kann (vergleiche Übungsaufgabe 8.1).

- Der offene Kreis $F_o(s) = F_R(s)F_S(s)$ besitzt eine maximale Phasenrückdrehung $\varphi_{\max} = \varphi_o(\omega_{\max})$. Bestimmen Sie die Kreisfrequenz ω_{\max} sowie die maximale Phasenrückdrehung $\varphi_{\max} = \varphi_o(\omega_{\max})$.
- Wie muss T_R in Abhängigkeit von T gewählt werden, damit $\varphi_{\max} = -135^\circ$ gilt? Bestimmen Sie die Reglerverstärkung K_R so, dass der Regelkreis eine Phasenreserve von $\varphi_R = 45^\circ$ besitzt.



Vorlesung „Regelungstechnik“

Lösung Übungsblatt 9

Übungsaufgabe 3.1

a) Kompensation der größten Zeitkonstanten:

$$T_R = \underline{\underline{333,3}}$$

Bestimmung der Reglerverstärkung K_R über Phasenreserve:

① Bestimmung der Durchtrittsfrequenz ω_D aus Phasenbedingung

$$-180^\circ + \varphi_R = \arg F_0(j\omega_D) = \arg \frac{5000 K_R}{j\omega_D (1 + j0,5\omega_D)} = \arg \left(\frac{j5000 K_R}{\omega_D} \cdot \frac{1}{1 + j0,5\omega_D} \right)$$

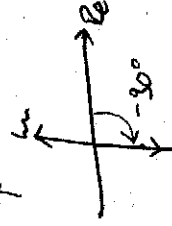
$$-180^\circ + \varphi_R = -90^\circ - \arctan 0,5\omega_D$$

$$\rightarrow \arctan 0,5\omega_D = 90^\circ - \varphi_R$$

$$\omega_D = 2 \tan (90^\circ - \varphi_R)$$

$$\varphi_{R1} = 60^\circ: \omega_{D1} = 2 \tan (90^\circ - \varphi_{R1}) = 2 \tan 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\varphi_{R2} = 45^\circ: \omega_{D2} = 2 \tan (90^\circ - \varphi_{R2}) = 2 \tan 45^\circ = 2$$



Vorlesung „Regelungstechnik“

Lösung Übungsblatt 9

② Bestimmung der Reglerverstärkung K_R aus Betragbedingung

$$|F_0(j\omega_D)| = \left| \frac{5000 K_R}{j\omega_D (1 + j0,5\omega_D)} \right| \stackrel{!}{=} 1$$

$$\frac{5000 K_R}{\omega_D \sqrt{1 + 0,25\omega_D^2}} = 1$$

$$\rightarrow K_R = \frac{\omega_D}{5000} \sqrt{1 + 0,25\omega_D^2}$$

$$K_{R1} = \frac{\omega_{D1}}{5000} \sqrt{1 + 0,25\omega_{D1}^2}$$

$$= \underline{\underline{2,67 \cdot 10^{-4}}}$$

$$K_{R2} = \frac{\omega_{D2}}{5000} \sqrt{1 + 0,25\omega_{D2}^2}$$

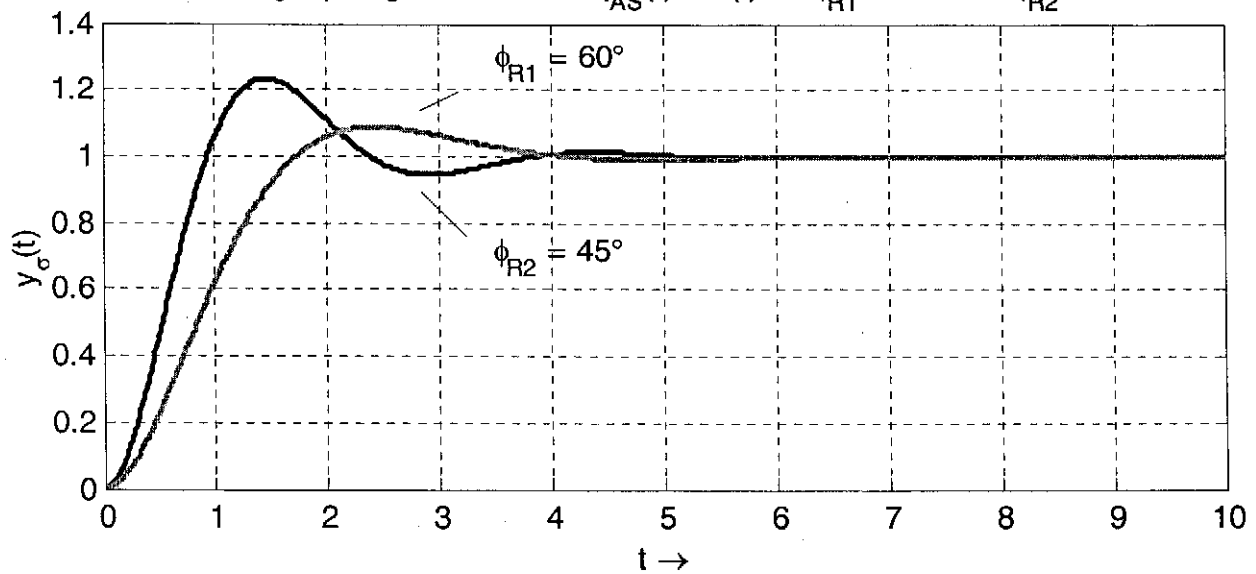
$$= \underline{\underline{5,66 \cdot 10^{-4}}}$$



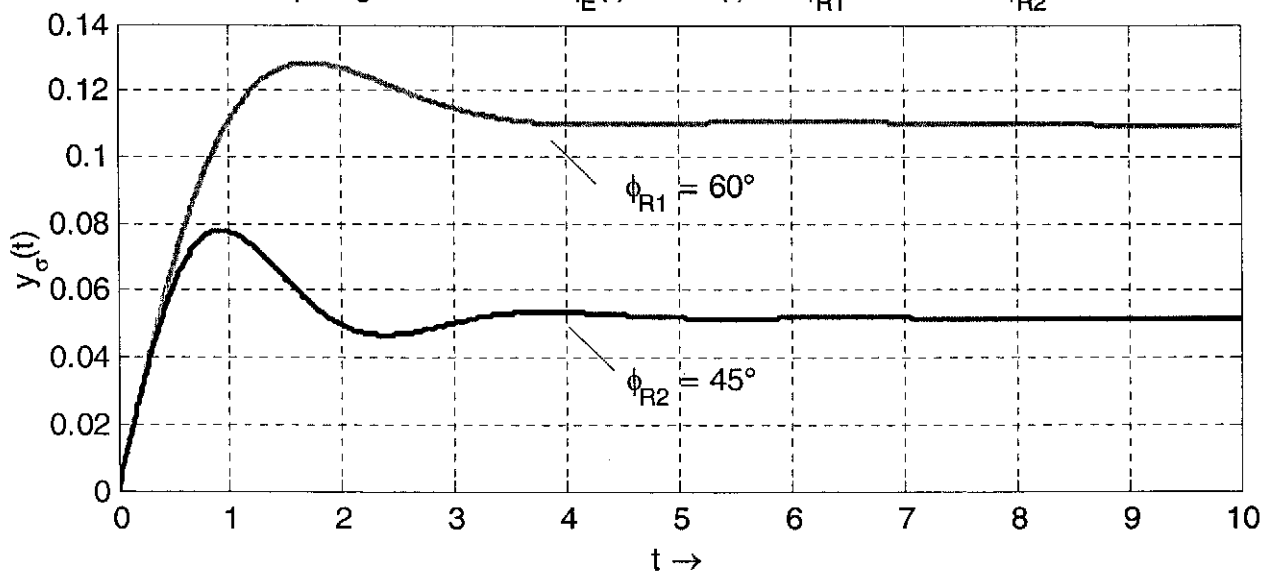
Vorlesung „Regelungstechnik“

Beiblatt zu Übungsaufgabe 9.1

Führungssprungantworten zu $q_{AS}(t) = \sigma(t)$ für $\phi_{R1} = 60^\circ$ und $\phi_{R2} = 45^\circ$



Störsprungantworten zu $q_E(t) = 50\sigma(t)$ für $\phi_{R1} = 60^\circ$ und $\phi_{R2} = 45^\circ$





Vorlesung „Regelungstechnik“

Lösung Übungsblatt 9

b) Nein, da Störung vor der größten Zeitkonstanten eingreift $\leadsto F_z(s)$ besitzt die größte Zeitkonstante und zeigt entspr. langsames Zeitverhalten

● Nachweis:

$$F_z(s) = \frac{q_A(s)}{q_E(s)} = \frac{1}{F_R(s) F_I(s)} F_W(s)$$

$$= \frac{1}{F_R(s) F_I(s)} \frac{F_0(s)}{1 + F_0(s)}$$

$$= \frac{1}{F_R(s) F_I(s)} \frac{1}{1 + \frac{1}{F_0(s)}} \quad \text{mit } F_0(s) = \frac{5000 K_R}{s(1 + 0,5s)}$$

$$= \frac{s(1 + 0,5s)}{5000 K_R (1 + 333,3s)} \frac{1}{1 + \frac{s + 0,5s^2}{5000 K_R}}$$

$$= \frac{s(1 + 0,5s)}{5000 K_R (1 + 333,3s)} \frac{1}{1 + \frac{1}{5000 K_R} s + \frac{0,5}{5000 K_R} s^2}$$



Vorlesung „Regelungstechnik“

Lösung Übungsblatt 9

Übungsaufgabe 9.2

a) $\varphi_0(\omega) = \arg F_0(j\omega) = \arg \frac{K_R (1+jT_R\omega)}{-\omega^2 (1+jT\omega)}$

$= -180^\circ + \arg \frac{1+jT_R\omega}{1+jT\omega}$

$= -180^\circ + \arg \frac{(1+jT_R\omega)(1-jT\omega)}{1+T^2\omega^2}$

$= -180^\circ + \arg \frac{1+T_R T \omega^2 + j(T_R - T)\omega}{1+T^2\omega^2}$

$= -180^\circ + \arctan \frac{(T_R - T)\omega}{1+T_R T \omega^2}$

$\varphi_0(\omega)$ wird maximal, wenn \arctan maximal

Da \arctan streng monoton wachsend $\leadsto \arctan$

maximal, wenn sein Argument maximal

also

$\frac{d}{d\omega} \frac{(T_R - T)\omega}{1+T_R T \omega^2} = \frac{(T_R - T)(1+T_R T \omega^2) - (T_R - T)\omega 2T_R \omega}{(1+T_R T \omega^2)^2}$

$\stackrel{!}{=} 0$

$\leadsto \frac{(T_R - T)(1 - T_R T \omega^2)}{\neq 0} = 0$

$\leadsto \omega_{max} = \frac{1}{\sqrt{T_R T}} \quad -1-$

Vorlesung „Regelungstechnik“

Lösung Übungsblatt 9

$\varphi_{max} = \varphi_0(\omega_{max}) = -180^\circ + \arctan \frac{T_R - T}{2\sqrt{T_R T}}$

b) $\varphi_{max} = -180^\circ + \arctan \frac{T_R - T}{2\sqrt{T_R T}} \stackrel{!}{=} -135^\circ$

$\arctan \frac{T_R - T}{2\sqrt{T_R T}} = 45^\circ$

$\frac{T_R - T}{2\sqrt{T_R T}} = \tan 45^\circ = 1$

$(T_R - T)^2 = 4 T_R T$

$\leadsto T_R^2 - 6 T_R T + T^2 = 0$

$T_{R1/2} = \frac{6T \pm \sqrt{36T^2 - 4T^2}}{2} = (3 \pm 2\sqrt{2})T \quad (T_R > T)$

$\leadsto T_R = \underline{(3 + 2\sqrt{2})T}$



Vorlesung „Regelungstechnik“

Lösung Übungsblatt 9

Es gilt

$$\arg F_0(j\omega_{\max}) = -135^\circ = -180^\circ + \underbrace{45^\circ}_{= \varphi_R}$$

also $\omega_D \stackrel{!}{=} \omega_{\max}$

Reglerverstärkung aus Betragsbedingung

$$|F_0(j\omega_{\max})| \stackrel{!}{=} 1$$

$$\left| \frac{K_R (1 + jT_R \omega_{\max})}{-\omega_{\max}^2 (1 + jT \omega_{\max})} \right| = 1$$

$$\frac{K_R}{\omega_{\max}^2} \sqrt{\frac{1 + T_R^2 \omega_{\max}^2}{1 + T^2 \omega_{\max}^2}} = 1$$

• $K_R = \omega_{\max}^2 \sqrt{\frac{1 + T^2 \omega_{\max}^2}{1 + T_R^2 \omega_{\max}^2}}$

$$= \omega_{\max}^2 \sqrt{\frac{T}{T_R} \underbrace{\frac{1/T + T \omega_{\max}^2}{1/T_R + T_R \omega_{\max}^2}}_{=1}}$$

$$\text{mit } \omega_{\max}^2 = \frac{1}{T_R T}$$

$$= \frac{1}{T_R T} \sqrt{\frac{T}{T_R}}$$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{T_R} \frac{1}{\sqrt{T_R T}}}}$$