

Regelungstechnik: grundlegende Prinzipien und Methoden

Inhaltsverzeichnis: siehe Beiblatt 2

I. Einführung und Grundbegriffe der Regelungstechnik

1.1 Aufgabenstellung: gezielte Beeinflussung dynamischer Systeme

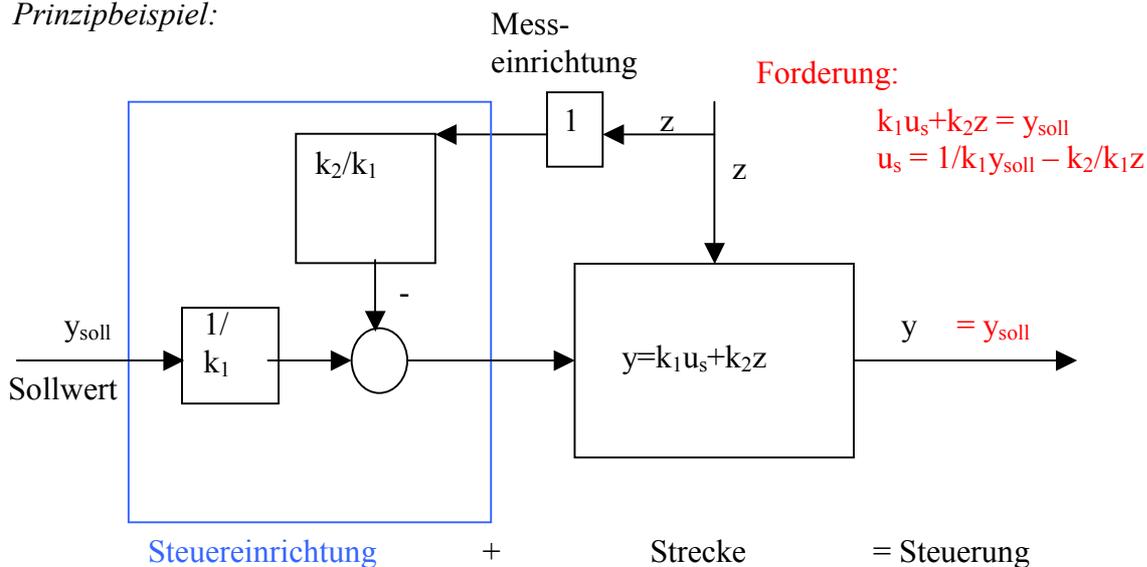
Aufgabenstellung:

Über $u_s(t)$ soll $y(t)$ trotz einwirkender Störungen $z(t)$ ein gewünschtes Verhalten aufgeprägt werden (=Sollverhalten).

1.2 Lösungsmöglichkeiten: Steuerung und Regelung

Fall I: Störung sei bekannt, d.h. entweder vernachlässigbar ($z \sim 0$) oder mit vertretbarem Aufwand messbar.

Prinzipbeispiel:



=> Falls Störung (und Strecke) vollständig bekannt, gezielte Beeinflussung von $y(t)$ durch Reihenschaltung der Strecke mit davor angebrachter Steuereinrichtung möglich:

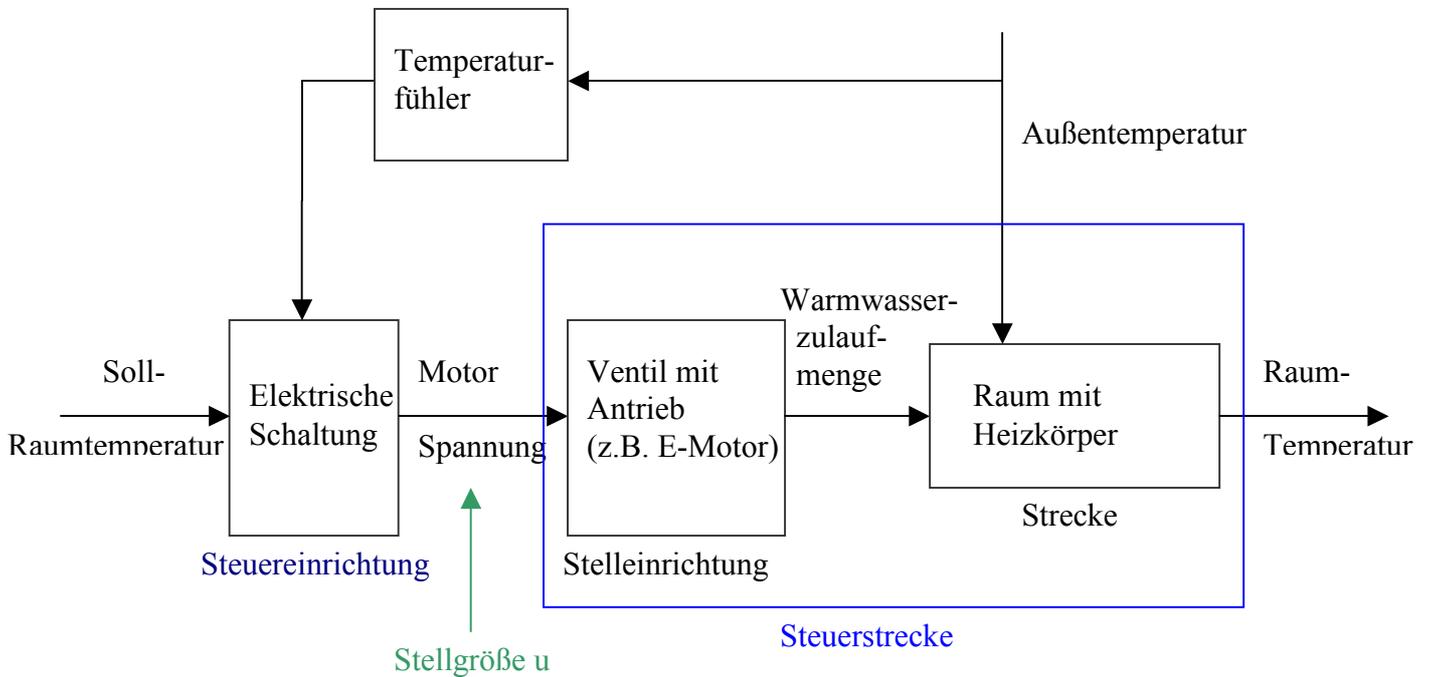
Steuerung.

Kennzeichen der Steuerung: offene Wirkungskette.

=> Steuerung ist stabil, wenn alle Blöcke stabil sind.

Beispiel: Raumheizung mit Außentemperaturmessung

- Geräteschema: siehe Beiblatt 6 oben
- Zugehöriges Blockbild:

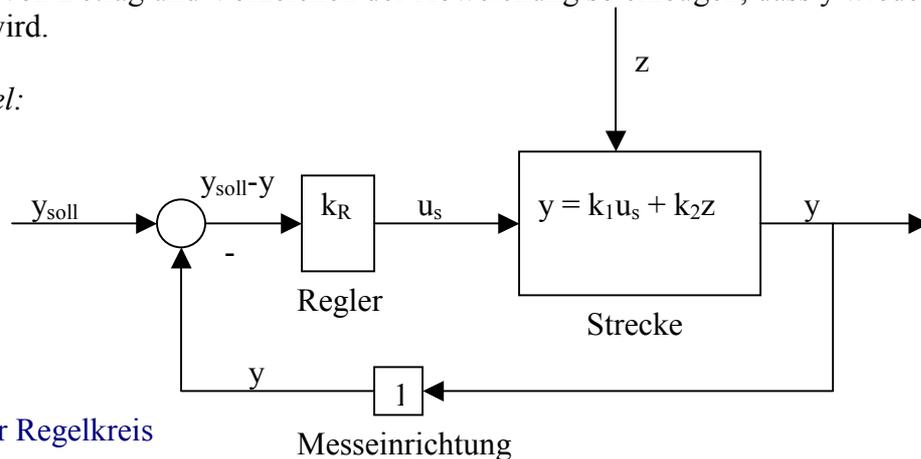


⇒ offene Wirkungsketten => **Steuerung**

Fall II: Störeinfluss (und/oder Strecke) nur unvollständig bekannt.

Dann ist es naheliegend: Ausgangsgröße y der Strecke messen, fortlaufend mit Sollwert y_{soll} vergleichen und bei Abweichen (z.B. aufgrund von Störeinflüssen) Stellgröße u in Abhängigkeit von Betrag und Vorzeichen der Abweichung so erzeugen, dass y wieder an y_{soll} angeglichen wird.

Prinzipbeispiel:



Regelung oder Regelkreis

Hierfür gilt:

$$y = k_1 u_s + k_2 z \quad \text{mit } u_s = k_R (y_{\text{soll}} - y)$$

$$y = \frac{k_R k_1}{1 + k_R k_1} y_{\text{soll}} + \frac{k_2}{1 + k_R k_1} z$$

k_2 so,
dass $k_R k_1 \gg 1$

$$y = 1 * y_{\text{soll}} + 0 * z$$

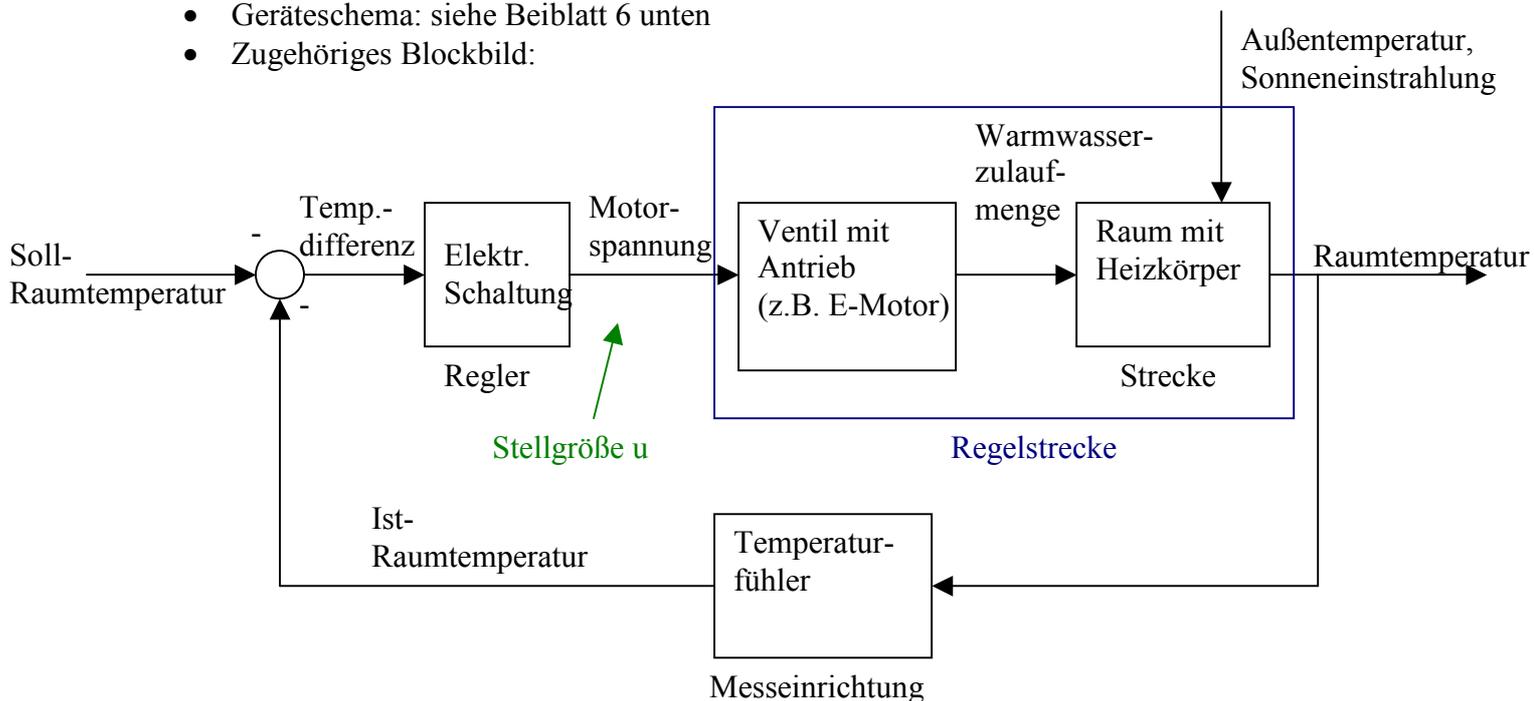
=> Trotz unvollständig bekannter Störung (und/oder Strecke) gezielte Beeinflussung von $y(t)$ mit dieser Anordnung möglich: Regelung oder Regelkreis

Kennzeichen der Regelung: geschlossene Wirkungskette (Wirkungskreislauf).

=> kann instabil werden, auch wenn alle Blöcke selbst stabil wird (und umgekehrt).

Beispiel: Raumheizung mit Innentemperaturmessung

- Geräteschema: siehe Beiblatt 6 unten
- Zugehöriges Blockbild:



⇒ Geschlossener Wirkungskreislauf => Regelung

Allgemeines Blockbild einer Regelung: siehe Beiblatt 8 unten.

Dabei hier verwendete Darstellungs- und Beziehungsweise nicht vollständig DIN-konform (siehe Beiblatt 8).

Elementaraufgaben der Regelung: Störungen $z(t)$ ausregeln und Führungsgröße w bzw. Sollwert y_{soll} einregeln (d.h. $r(t) \rightarrow w(t)$ bzw. $y(t) \rightarrow y_{\text{soll}}(t)$ trotz $z(t)$ ungleich null).
Notwendige Voraussetzung hierfür: Umkehr der Wirkrichtung im Soll-Istwert-Vergleich (y fällt $\Rightarrow e$ steigt und umgekehrt).

- Falls $w = \text{konst.}$: Festwertregelung (z.B. Rolltreppenantrieb mit $w_{\text{soll}} = \text{konst.}$)
- Falls w nicht konstant: Folge- oder Nachlaufregelung (z.B. Aufzugantrieb mit $w_{\text{soll}} = w_{\text{soll}}(t)$)

Gegenüberstellung von Regelung und Steuerung: siehe Beiblatt 7

Häufige Kombination von Steuerung und Regelung (wobei nur geregelt werden soll, was nicht gesteuert werden kann); siehe dazu Abschnitt 4.6
Zunächst: Betrachtung von Regelungen!

1.3 Grundforderung an eine Regelung

Siehe Beiblatt 9

1.4 Bearbeitungsschritte einer Regelungsaufgabe

Siehe Beiblatt 10/1 und 10/2

II. Beschreibung dynamischer Systeme durch das Strukturbild

2.1 Einführung des Strukturbildes und Vorgehensweise zu seiner Aufstellung

Beispiel: Raumtemperatur über die Vorlauftemperatur

- Geräteschema siehe Beiblatt 11

↓ *1. Schritt:* Ermittlung der beschreibenden Gleichungen aus den physikalischen Gesetzen.

- Wärmebilanz:

Für den beheizten Raum: enthaltene Wärmemenge $Q(t) = c_R \cdot \vartheta(t)$

$$\begin{aligned} \dot{Q}(t) &= c_R \cdot \dot{\vartheta}(t) = \dot{Q}_{zu}(t) - \dot{Q}_{ab}(t) && \vartheta(t) + T \cdot \dot{\vartheta}(t) = K \cdot \tilde{\vartheta}(t) \quad (1) \\ \text{mit } \dot{Q}_{zu}(t) &= c_H [\vartheta_H(t) - \vartheta(t)] && \text{mit } T = c_R / (c_H + c_F), K = c_F / (c_H + c_F) \\ \dot{Q}_{ab}(t) &= c_F [\vartheta(t) - \vartheta_{au\beta en}(t)] && \tilde{\vartheta}(t) = (c_H / c_F) \cdot \vartheta_H(t) + \vartheta_{au\beta en}(t) \quad (2) \end{aligned}$$

- Heizungsanlage:

$$\vartheta_H(t) = \vartheta_K(t - T_i) \quad (3) \quad \text{mit } T_i = \text{Fließdauer von Kessel bis Heizkörper}$$

$$\vartheta_K(t) = c_B \cdot u(t) \quad (4) \quad \text{falls Brenner mit Kesseltemperaturregelung}$$

- Regler:

$$u(t) = f_R \cdot (\vartheta_{soll}(t) - \vartheta(t)), \text{ z.B. } u(t) = k_R [\vartheta_{soll}(t) - \vartheta(t)]$$

↓ *2. Schritt:* Ordnung und Auflösung der Gleichungen (ggf. mittels Laplace-Transformation) beginnend mit der Ausgangsgröße. Dabei meist: Anfangswerte=0! (weil primär Ein- und Ausgangsverhalten von Interesse)

$$(1) \quad \mathcal{L}\{\vartheta(t)\} + T_s \mathcal{L}\{\dot{\vartheta}(t)\} = K \mathcal{L}\{\tilde{\vartheta}(t)\}$$

$$\Rightarrow \mathcal{L}\{\vartheta\} = \frac{K}{1 + T_s s} \mathcal{L}\{\tilde{\vartheta}(t)\} \quad (6)$$

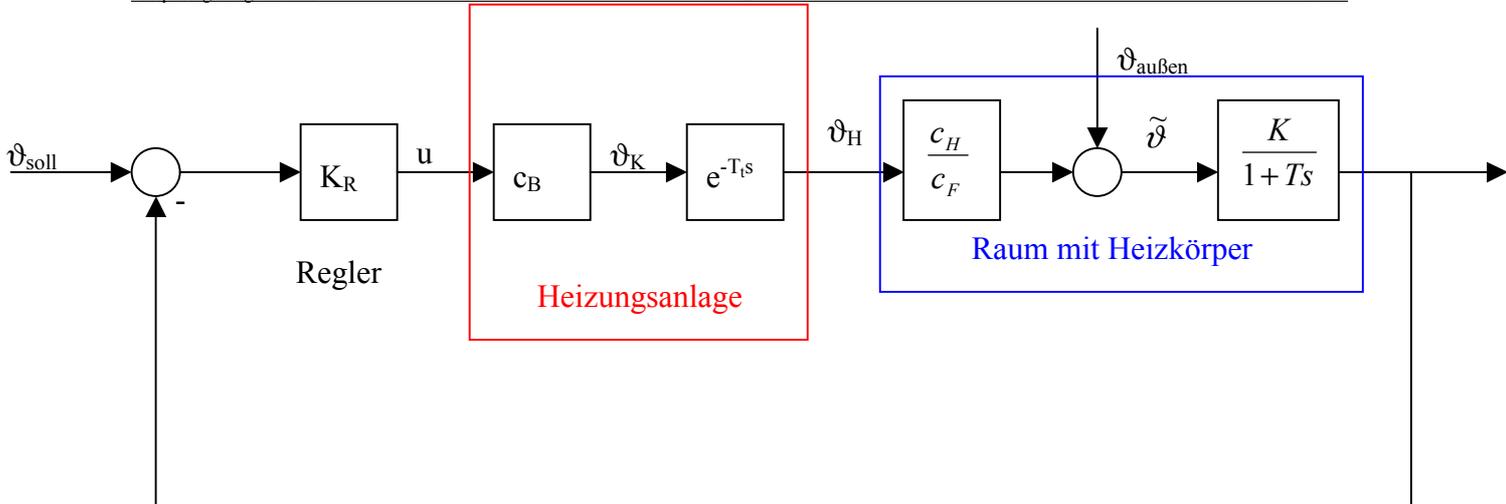
$$(2) \quad \mathcal{L}\{\tilde{\vartheta}(t)\} = \frac{c_H}{c_F} \mathcal{L}\{\vartheta_H(t)\} + \mathcal{L}\{\vartheta_{au\beta en}(t)\} \quad (7)$$

$$(3) \quad \mathcal{L}\{\vartheta_H(t)\} = e^{-T_i s} \mathcal{L}\{\vartheta_K(t)\} \quad (8)$$

$$(4) \quad \mathcal{L}\{\vartheta_K(t)\} = c_B \mathcal{L}\{u(t)\} \quad (9)$$

$$(5) \quad \mathcal{L}\{u(t)\} = k_R [\mathcal{L}\{\vartheta_{soll}(t)\} - \mathcal{L}\{\vartheta(t)\}] \quad (10)$$

↓ *3. Schritt:* Übersetzung der Gleichungen ins Strukturbild, d.h. die Operationen werden durch Rechtecke bzw. Kreise und die Größen durch gerichtete Linien dargestellt sowie als Operationssymbole z.B. die Übertragungsfunktion eingetragen.



2.2 Weiteres Beispiel zur Strukturbildardarstellung

Geschwindigkeitsregelung eines PKW (siehe Beiblatt 12)

Schritt 1+2 Gleichungsermittlung und -auflösung

- Fahrzeug (Beiblatt 12/1):

$$m \cdot \dot{v}(t) = F_A(t) - F_H(t) - F_R(t) - F_L(t)$$

L-Trafo →
$$\mathcal{L}\{v\} = \frac{1}{s} \mathcal{L}\{F_A - F_H - F_R - F_L\} \quad (1)$$

$$F_A = \frac{1}{r} * M_A \quad (2), \quad F_H = m * g * \sin \alpha_{St} \quad (3), \quad F_R = m * g * f_R \quad (4)$$

$$F_L = c_W * A * \frac{\rho}{2} * v^2 \quad (5), \quad \omega_A = \frac{1}{r} * v \quad (6)$$

- Motor und Getriebe (Beiblatt 12/2, 12/3)

$$M_A = \eta * i * (M_M - M_N) \quad (7), \quad M_M = f_M(\tilde{\alpha}_{DK}, n_M) \quad (8)\text{-Motorkennfeld}$$

$$n_M = i * n_A \quad \text{mit} \quad n_A = \frac{60}{2\pi} \omega_A \Rightarrow n_M = \frac{60i}{2\pi} \omega_A \quad (9)$$

- Sauganlage
Durch DK-Verstellung, Veränderung des Luftmassenstroms (d.h. Beschleunigung oder Verzögerung) => zeitlicher Übergangsvorgang gemäß

$$\tilde{\alpha}_{DK} + T_s \dot{\tilde{\alpha}}_{DK} = \alpha_{DK} \quad \text{mit} \quad \tilde{\alpha}_{DK}(0)=0 \quad \mathcal{L}\{\tilde{\alpha}_{DK}\} = \frac{1}{1+T_s s} \mathcal{L}\{\alpha_{DK}\} \quad (10)$$

Am Motoreingang wirksamer DK-Wert

- Tempomat

$$\dot{\alpha}_{DK} = \frac{100}{\pi/2} * \omega_{DK} \quad \text{wobei} \quad \omega_{DK} = K_{St} * u_{St} \Rightarrow \dot{\alpha}_{DK} = \frac{200 * K_{St}}{\pi} u_{St}$$

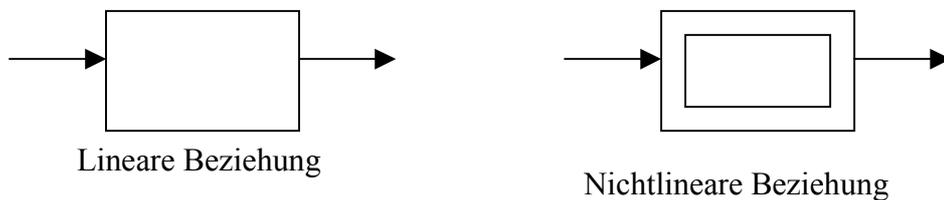
wegen α_{DK} in % ($100\% = \pi/2$)

$$\mathcal{L}\{\alpha_{DK}\} = \frac{200 * K_{St}}{s \pi} \mathcal{L}\{u_{St}\} \quad (11)$$

$$u_{St} = f_R(v_{soll} - v), \quad \text{Annahme: } u_{St} = K_R(v_{soll} - v) \quad (12)$$

Schritt 3 Übersetzung ins Strukturbild (siehe Beiblatt 13)

Anmerkung:



2.3 Die Blöcke des Strukturbildes

(siehe Beiblätter 14/1-14/3)

Im Strukturbild treten stets die gleichen einfachen Blocktypen auf; ganz gleich, welche physikalische Beschaffenheit und technische Zielsetzung das System hat. Ein Block des Strukturbildes erzeugt aus jedem Zeitverlauf der Eingangsgröße eindeutig einen Zeitverlauf der Ausgangsgröße und wirkt so als Übertragungsglied (ÜG).

2.3.1 Das Integrierglied (I-Glied)

Def.-Gleichung:

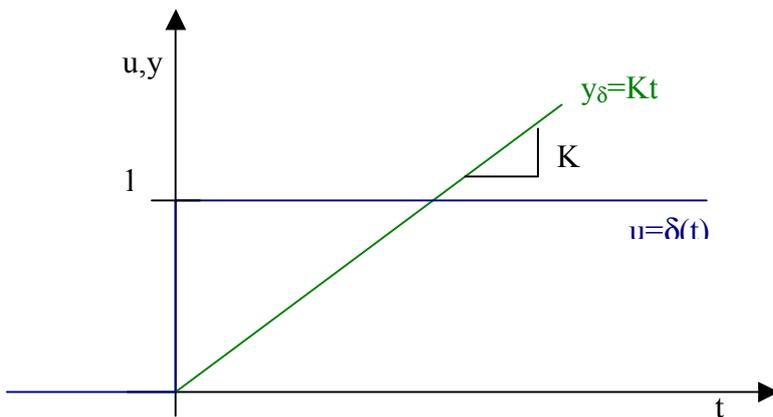
$$y(t) = K \int_0^t u(\tau) d\tau, \quad K > 0, \text{ konst.: Übertragungs- oder Verstärkungsfaktor}$$



$$Y(s) = K \cdot \frac{1}{s} \cdot U(s) \quad \text{bzw.} \quad \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{s} \quad \text{: Übertragungsfunktion des I-Gliedes (ÜF)}$$

Zur Veranschaulichung des Zeitverhaltens eines ÜGs: Aufschaltung einer Testfunktion, z.B. Einheitssprung $u(t)=\delta(t) \Rightarrow y_{\delta}(t)=\text{Sprungantwort (Übertragungsfunktion)}$, wobei stets $y_{\delta}(t)=0$ für $t<0$.

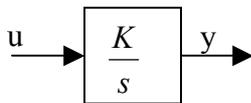
Hier:
$$y_{\delta}(t) = K \int_0^t \delta(\tau) d\tau = K \int_0^t 1 d\tau = Kt, \quad t \geq 0$$



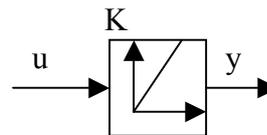
physikalische Bedeutung des I-Gliedes:
Speicher ohne Abfluss (z.B. Wasserbehälter o. Kondensator)

Symbol des I-Gliedes:

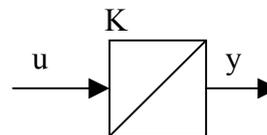
bisher



nunmehr
zusätzlich



oder



2.3.2 Weitere elementare ÜGer

(siehe Beiblatt 14/1)

- Proportionalglied (P-Glied)
- Differenzierglied (D-Glied) : "raut auf" => möglichst vermeiden; I-Glied glättet
- Totzeitglied/Laufzeitglied : Tritt auf bei Transport von Masse (z.B. mit Förderband), Energie (z.B. Temperaturregelung) oder Information (z.B. über Bussysteme oder Funkkanäle).
- Summierglied : Vereinbarung: negative Vorzeichen so, dass eindeutige Zuordnung zu den Eingangspfeilen möglich.
- Kennlinienglied : nichtlinear => Charakterisierung durch Funktionalbeziehung oder Kurvenverlauf.
- Multiplizierglied : ebenfalls nichtlinear!

Die ÜGer im Beiblatt 14(1 können nicht in noch einfachere ÜGer zerlegt werden. Sie heißen deshalb elementare ÜGer. Mit diesen wenigen Bausteinen sind fast alle dynamischen Systeme beschreibbar!

Immer wieder auftretende Kombinationen: zusammengesetzte ÜGer.

Davon besonders häufig:

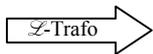
P-T₁- und P-T₂-Glieder (siehe Beiblatt 14/2).

2.3.3 P-T₁-Glieder (Verzögerungsglied 1. Ordnung, VZ₁-Glieder)

Def.-Gleichung:

$$T \cdot \dot{y}(t) + y(t) = K \cdot u(t), \quad T, K > 0 \quad T: \text{Zeitkonstante};$$

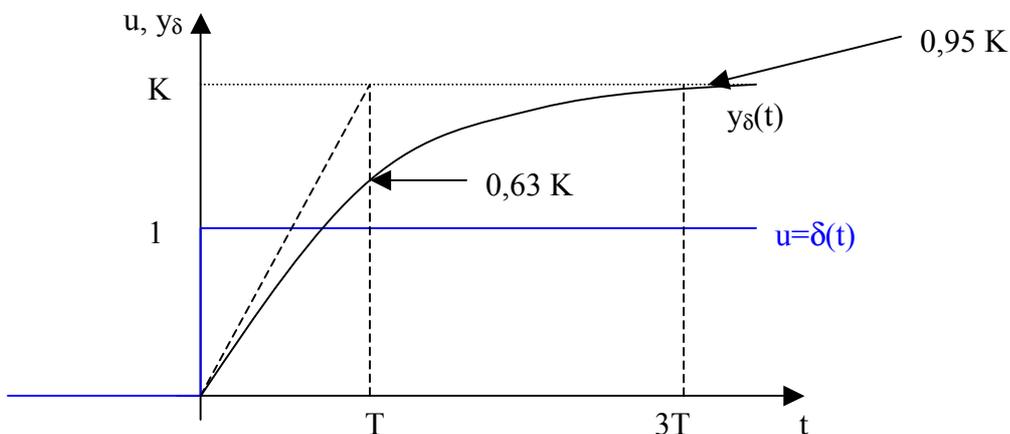
K : Übertragungskonstante oder Verstärkungsfaktor



Übertragungsfunktion: $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{1 + Ts} = K \cdot \frac{1}{1 + Ts}$

Reihenschaltung P - T₁ - Glied

Sprungantwort: $Y_{\delta}(s) = \frac{K}{1 + Ts} \cdot \frac{1}{s} \rightarrow y_{\delta}(t) = K(1 - e^{-t/T})$



physikalische Bedeutung:

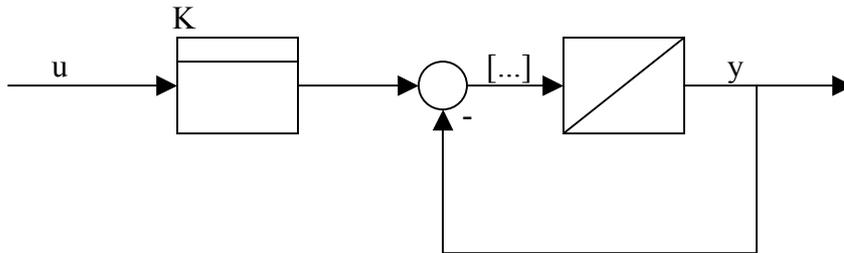
Speicher mit Abfluss (Wasserbehälter mit Loch, oder Kondensator mit Parallelwiderstand).

Aufbau aus elementaren ÜGern:

↳Trafo

$$Ts \cdot Y(s) + Y(s) = K \cdot U(s)$$

$$Y(s) = \frac{1}{Ts} [K \cdot U(s) - Y(s)]$$

**2.3.4 P-T₂-Glied (Verzögerungsglied 2. Ordnung, VZ₂-Glied)**Def.-Gleichung:

$$T^2 \cdot \ddot{y}(t) + 2 \cdot D \cdot T \cdot \dot{y}(t) + y(t) = K \cdot u(t)$$

$T, D, K > 0$ D : Dämpfung(-skonstante, -sgrad)

↳Trafo

Übertragungsfunktion: $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{1 + 2 \cdot DTs + T^2 s^2} = K \cdot \frac{1}{1 + 2 \cdot DTs + T^2 s^2}$

Reihenschaltung: P - T₂ - Glied

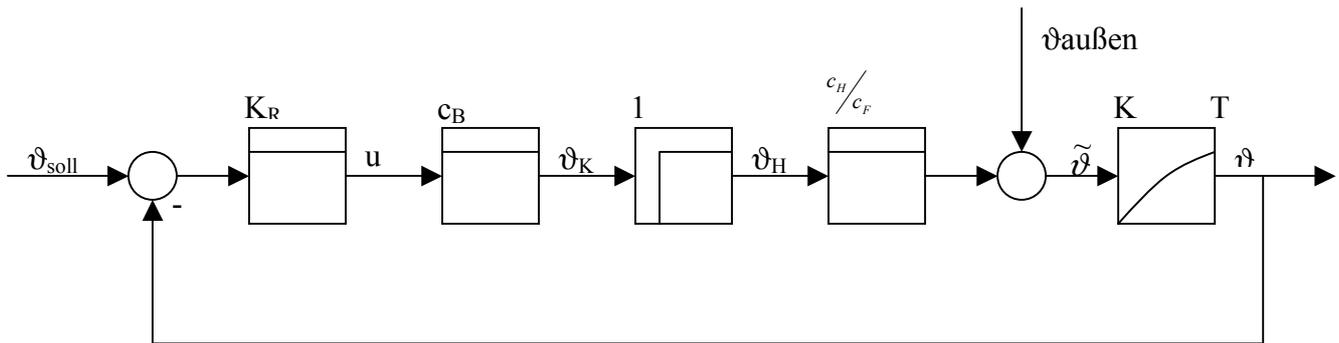
P-T₂-Glied = 2-Speicher-Glied => Oszillationen möglich (für $D > 1$)

Normierte Sprungantworten für $D \leq 1$ (siehe Beiblatt 14/3).

Es gilt:

- 1 Überschwinger um 5% und $y_\delta(t=3T)=0,95K$ für $D = \frac{1}{2}\sqrt{2} \approx 0,7$
- gerade kein Überschwinger und $y_\delta(t=5T)=0,95K$ für $D = 1$

2.3.5 Strukturbild der Temperaturregelung: zweite Darstellungsmöglichkeit



2.4 Linearisierung um den Betriebspunkt

2.4.1 Betriebspunkt (oder Arbeitspunkt) eines Systems

= stationäre Systemzustand, bei dem die Ausgangsgröße ihren Sollwert annimmt.

Ein stationärer Zustand (eingeschwungener Zustand, Ruhezustand, -lage) eines dynamischen Systems ist dabei ein Zustand, in dem alle zeitveränderlichen Systemgrößen konstant und damit ihre Ableitungen null sind. => Zur Bestimmung des stationären Zustandes in den Üfen $s=0$ setzen, mit einer Ausnahme: beim I-Glied (mit ÜF K/s) muss die Eingangsgröße null sein, damit ein stationärer Zustand angenommen wird. Zur Betriebspunktbestimmung muss man dann noch die **Ausgangsgröße gleich ihrem Sollwert** setzen.

Im Weiteren: Kennzeichnung der Betriebspunktwerte durch den Index B.

Beispiel: Geschwindigkeitsregelung (siehe Beiblatt13)

- Gewünschter Betriebspunkt: Konstantfahrt auf ebener Strecke ($\alpha_{StB} = 0^\circ$) mit $v_{soll} = v_B = 120 \text{ km/h} = 33,3 \text{ m/s}$ bei $M_{NB} = 4 \text{ Nm}$
- Gesucht: Erforderliches Motormoment M_{MB} und zugehörige Drosselklappenstellung α_{DKB}

Im Betriebspunkt muss gelten:

$$u_{StB} = 0 \quad (1) \quad \text{sowie} \quad F_{AB} - F_{HB} - F_{RB} - F_{LB} = 0 \quad (2),$$

da Eingangsgrößen von I-Gliedern.

$$\text{Dabei gilt:} \quad F_{AB} = \frac{1}{r} \cdot i \cdot \eta \cdot (M_{MB} - M_{NB}), \quad F_{HB} = 0 \text{ wegen } \alpha_{StB} = 0^\circ,$$

$$F_{RB} = f_R \cdot m \cdot g, \quad F_{LB} = c_w \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_B^2$$

Damit aus (2): $M_{MB} = \frac{r}{i\eta} \cdot (f_R \cdot m \cdot g + c_w \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_B^2) + M_{NB} = 63Nm$

Parameter auf Beiblatt 12/1 + 12/2

Weiterhin muss gelten: $M_{MB} = f_M \cdot (\tilde{\alpha}_{DKB}, n_{MB}) = 63Nm$,

wobei $n_{MB} = \frac{60 \cdot i}{2\pi} \cdot \frac{1}{r} \cdot v_B = 4240 U/\text{min}$ und $\tilde{\alpha}_{DKB} = \alpha_{DKB}$ (wegen $s=0$ in den ÜFen).

$\Rightarrow f_M(\alpha_{DKB}, 4240 U/\text{min}) = 63Nm$ (3) $\xrightarrow{\text{Motorkennfeld (Beiblatt 12/3)}} \alpha_{DKB} = 20\%$

2.4.2 Durchführung der Linearisierung um den Betriebspunkt

1. Schritt: Übergang von den absoluten Werten $x(t)$ zu den Abweichungen $\Delta x(t)$ vom Betriebspunkt x_B : $x(t) = x_B + \Delta x(t)$

Was hat das zur Folge?

- Beispiel für lineare Üger:

P-T₁-Glied mit $y(t) = T \cdot \dot{y}(t) = K \cdot u(t) \circ \bullet Y(s) = \frac{K}{1+T_s} \cdot U(s)$

Übergang zu den Abweichungen \downarrow

$y(t) = y_B + \Delta y(t) \Rightarrow \dot{y}(t) = \Delta \dot{y}(t)$ wobei $y_B = K \cdot u_B$

$u(t) = u_B + \Delta u(t)$

$y_B + \Delta y(t) + T \cdot \Delta \dot{y}(t) = K \cdot u_B + K \cdot \Delta u(t)$

$\circ \bullet Y(s) = \frac{K}{1+T_s} \cdot \Delta U(s)$

Also: **Lineare Üger bleiben unverändert!**

Weiterhin: Anfangswerte und sonstige feste Größen fallen weg, da Abweichungen hiervon =0.

- Beispiel für nichtlineare Üger:
Kennlinienglied mit $y(t) = f\{u(t)\}$

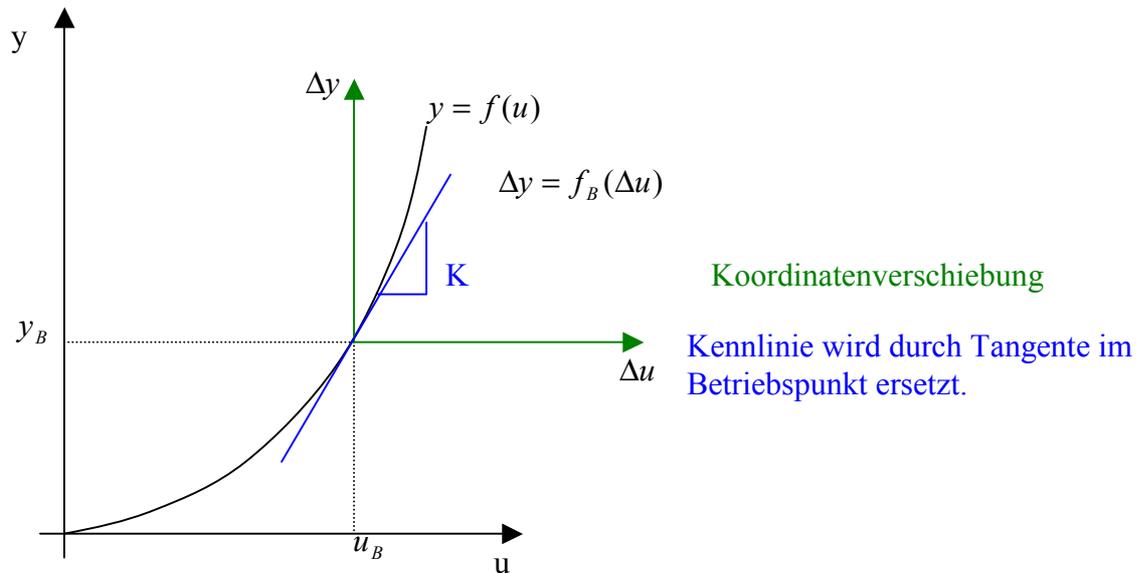
Übergang zu
wobei
den Abweichungen

$$y(t) = y_B + \Delta y(t)$$

$$u(t) = u_B + \Delta u(t)$$

$$y_B = f(u_B)$$

$$y_B = \Delta y(t) = f\{u_B + \Delta u(t)\} \Rightarrow \Delta y(t) = f\{u_B + \Delta u(t)\} - f\{u_B\} = f_B\{\Delta u(t)\}$$



2. Schritt: Annahme kleiner Abweichungen und lineare Approximation der nichtlinearen Beziehungen durch Taylorreihenentwicklung mit Abbruch nach dem linearen Glied:

$$\Delta y(t) = f_B(0) + f'_B(0) \cdot \Delta u(t) + R(\Delta u^2) \xrightarrow{\text{Linearisierung}} \Delta y(t) = K \cdot \Delta u(t) \text{ mit } K = f'_B(0) = \left. \frac{df}{du} \right|_{u_B}$$

Also: Nichtlineare Üger gehen (für kleine Abweichungen) in P-Glieder über.

Diese Linearisierung gilt nur in einer nicht zu großen Umgebung des Betriebspunktes.

Linearisierung der Geschwindigkeitsregelung (siehe Beiblatt 13)

1. Übergang zu den Betriebspunktabweichungen

⇒ lineare Blöcke unverändert und $F_R = f_R \cdot m \cdot g$ fällt weg, da konstante Größe.

2. Linearisierung der nichtlinearen Blöcke:

$$\bullet \quad F_H = m \cdot g \cdot \sin \alpha \quad \Delta F_H = m \cdot g \cdot \cos \alpha_{St} \cdot \Delta \alpha_{St} = m \cdot g \cdot \Delta \alpha_{St}$$

$$\bullet \quad F_L = c_w \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2$$

$$\Delta F_L = c_w \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot 2 \cdot v_B \cdot \Delta v = c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v_B \cdot \Delta v$$

$$\bullet \quad M_M = f_M(\tilde{\alpha}_{DK}, n_M) \quad \Delta M_M = K_\alpha \cdot \Delta \tilde{\alpha}_{DK} + K_n \cdot \Delta n_M$$

wobei

$$K_\alpha = \left. \frac{\partial f_M}{\partial \tilde{\alpha}_{DK}} \right|_B \approx \frac{f_M(30\%, n_{MB}) - f_M(10\%, n_{MB})}{20\%} = \frac{13Nm - (-10Nm)}{20\%} = 7,3 Nm/\%$$

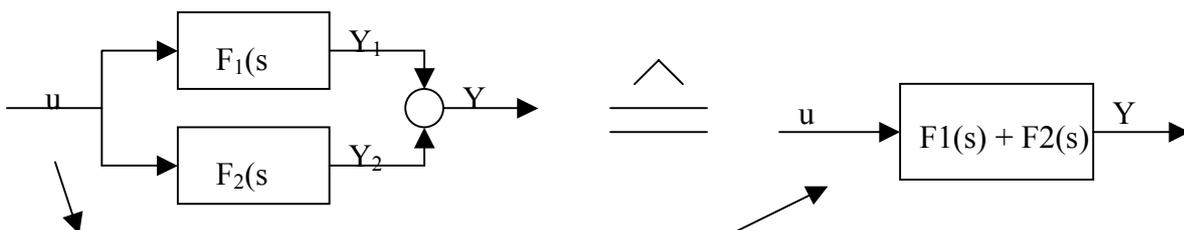
$$K_n = \left. \frac{\partial f_M}{\partial n_M} \right|_B = \frac{-50Nm}{5500 \frac{U}{\min}} = \pm 9,1 \cdot 10^{-3} \frac{Nm}{U/\min} \quad (\text{damit } K_n > 0)$$

2.5 Umformung des Strukturbildes (siehe Beiblatt 15/1 + 15/2)

Zusammenfassungen:

Beruhem auf der Übertragungsgleichung $Y(s) = F(s) \cdot U(s)$ und gelten daher nur für LZI-Glieder.

Beispiel 1: Parallelschaltung



$$Y(s) = Y_1(s) + Y_2(s) = F_1(s) \cdot U(s) + F_2(s) \cdot U(s) \Rightarrow Y(s) = [F_1(s) + F_2(s)] \cdot U(s)$$

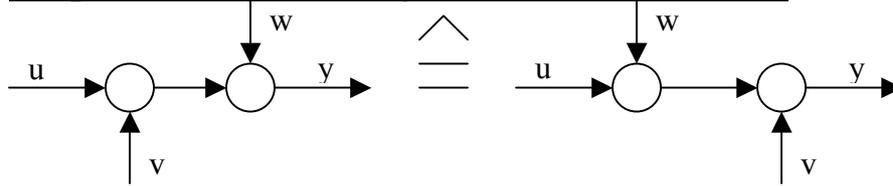
Beispiel 2: Gegenkopplung

$$Y = F_1(U - F_2 \cdot Y) = F_1 \cdot U - F_1 \cdot F_2 \cdot Y$$

$$Y + F_1 \cdot F_2 \cdot Y = F_1 \cdot U \quad \text{oder} \quad (1 + F_1 \cdot F_2) \cdot Y = F_1 \cdot U$$

$$Y = \frac{F_1}{1 + F_1 F_2} \cdot U$$

Beispiel 3: Vertauschung von Summationsstellen

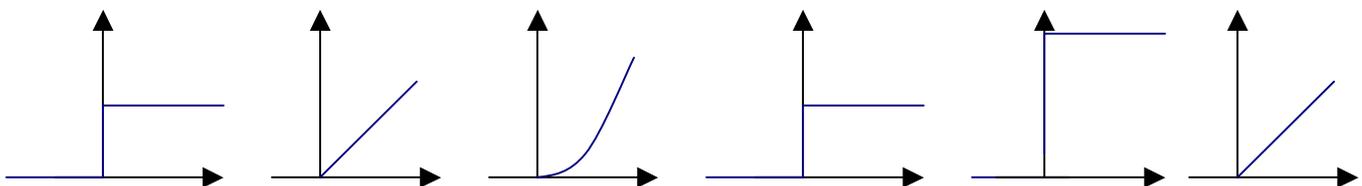
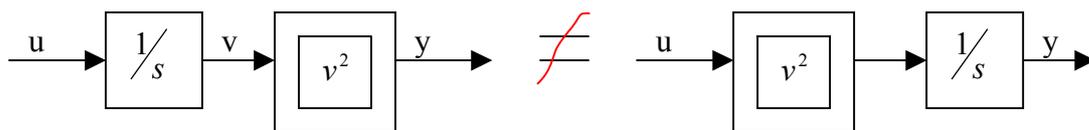


$$Y = W + (U + V) = V + (W + U)$$

Geltungsbereich der Vertauschungsregeln siehe Beiblatt 15/2.

Beachte: Nichtlineare ÜGer sind im Allgemeinen nicht miteinander vertauschbar, ebenso wenig nichtlineare und lineare ÜGer.

Beispiel:



Anwendung auf linearisierte Geschwindigkeitsregelung:

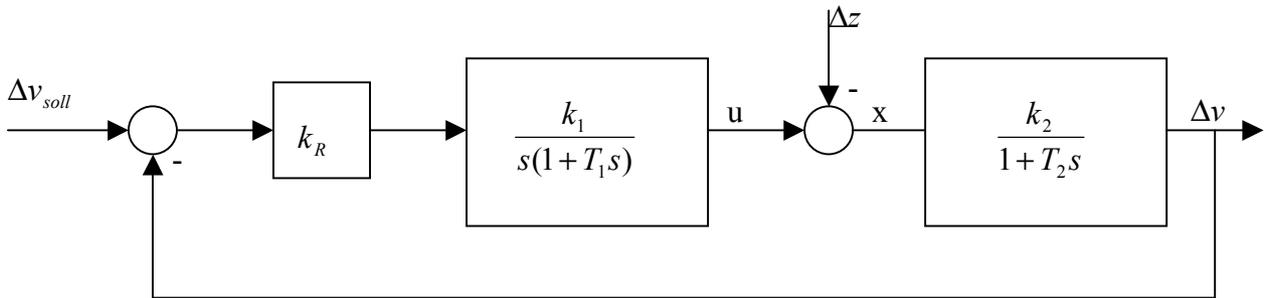
Resultat 1. Umformung: Vorlage B

Resultat 2. Umformung: Vorlage C

- Zusammenfassen der Störgrößen: $x = u - (\Delta M_N + \frac{mg}{k_2'} \Delta \alpha_{St}) = u - \Delta z$
 $\hspace{10em} = \Delta z$

- Gegenkopplung:

$$F_2(s) = \frac{k_2' \frac{k_4}{1+T_4s}}{1+k_2' \frac{k_4}{1+T_4s} k_3} = \frac{k_2' k_4}{1+k_2' k_3 k_4 + T_4s} = \frac{\frac{k_2' k_4}{1+k_2' k_3 k_4}}{1 + \frac{T_4}{1+k_2' k_3 k_4} s} = \frac{k_2}{1+T_2s}$$

Resultat 3. Umformung:

Vereinfachtes Strukturbild
Der linearisierten
Geschwindigkeitsregelung

Anmerkung: Linearisierung und Vereinfachung auch direkt an den beschreibenden Gleichungen durchführbar und dann erst am Ende Übergang ins Strukturbild.

III. Analyse des Regelkreises (RK)

3.1 Allgemeines Strukturbild und Gleichung des RK

Aus Beispielen (vgl. Beiblatt 16): allgemeines Strukturbild des RK gemäß Beiblatt 17, oben. Dabei nimmt man an, dass die Blöcke des RK LZI-Glieder sind.

$$\Rightarrow Y = F_2 / Z + F_1 E \text{ mit } E = W - F_3 Y$$

$$\Rightarrow Y = F_2 Z + F_1 F_2 (W - F_3 Y) = F_2 Z + F_1 F_2 W - F_1 F_2 F_3 Y$$

$$(1 + F_1 F_2 F_3) Y = F_2 Z + F_1 F_2 W$$

$$\Rightarrow Y(s) = \frac{F_1(s) F_2(s)}{1 + F_1(s) F_2(s) F_3(s)} W(s) + \frac{F_2(s)}{1 + F_1(s) F_2(s) F_3(s)} Z(s)$$

=F_w(s)
Führungs-ÜF

=F_z(s)
Stör-ÜF

Gleichung
des RK

Dabei ist $F_1(s) \cdot F_2(s) \cdot F_3(s) = F_0(s)$ die ÜF des offenen Kreises bzw. bei Standardformen

$$\text{(Beiblatt 17, oben): } Y(s) = \frac{F_0(s)}{1 + F_0(s)} W(s) + \frac{1}{1 + F_0(s)} Z(s)$$

Beispiel: Temperaturregelung (siehe Beiblatt 16, oben)

$$F_1(s) = k_R c_B e^{-T_I s} \cdot \frac{c_H}{c_F}; \quad F_2(s) = \frac{k}{1+T_S s}; \quad F_3 = 1$$

$$F_0(s) = F_1(s) \cdot F_2(s) \cdot F_3(s) = k_R c_B e^{-T_I s} \cdot \frac{c_H}{c_F} \cdot \frac{k}{1+T_S s} = \frac{V}{1+T_S s} e^{-T_I s}$$

mit $V = k_R c_B \frac{c_H}{c_F} k$: Keisverstärkung

$$\text{Damit: } F_w(s) = \frac{F_1(s)F_2(s)}{1+F_0(s)} = \frac{F_0(s)}{1+F_0(s)} = \frac{\frac{V}{1+T_S s} e^{-T_I s}}{1 + \frac{V}{1+T_S s} e^{-T_I s}} = \frac{V e^{-T_I s}}{1+T_S s + V e^{-T_I s}}$$

$$F_z(s) = \frac{F_2(s)}{1+F_0(s)} = \frac{\frac{K}{1+T_S s}}{1 + \frac{V}{1+T_S s} e^{-T_I s}} = \frac{K}{1+T_S s + V e^{-T_I s}}$$

Beispiel: Geschwindigkeitsregelung (siehe Beiblatt 16, unten)

$$F_1(s) = \frac{K_R K_1}{s(1+T_1 s)}; \quad F_2(s) = \frac{K_2}{1+T_2 s}; \quad F_3(s) = 1;$$

$$F_0(s) = F_1(s)F_2(s) = \frac{V}{s(1+T_1 s)(1+T_2 s)}; \quad \text{mit } V = K_R K_1 K_2;$$

bzw. bei Vernachlässigung von T_1 wegen $T_1 \ll T_2$: $\frac{V}{s(1+T_2 s)}$

$$F_w(s) = \frac{F_1 F_2}{1+F_0} = \frac{\frac{V}{s(1+T_2 s)}}{1 + \frac{V}{s(1+T_2 s)}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{V}s + \frac{T_2}{V}s^2} \quad \text{P-T}_2\text{-Glieder}$$

$$F_z(s) = -\frac{F_2(s)}{1+F_0(s)} = -\frac{\frac{K_2}{1+T_2 s}}{1 + \frac{V}{s(1+T_2 s)}} = -\frac{\frac{K_2}{V}s}{1 + \frac{1}{V}s + \frac{T_2}{V}s^2} \quad \text{I-T}_2\text{-Glieder}$$

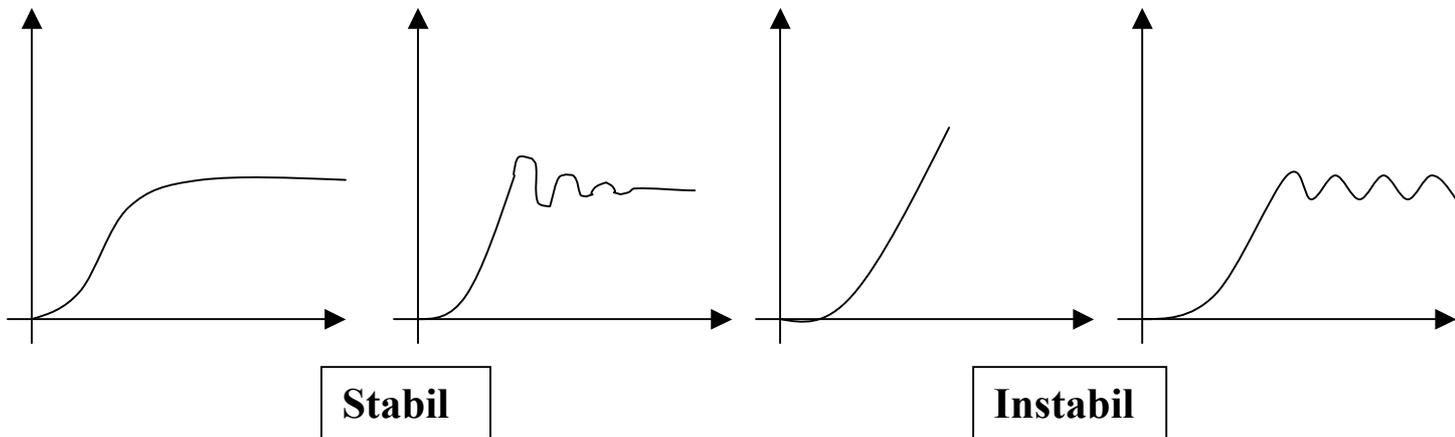
3.2 Eigenschaften des offenen Kreises

Ein offener Kreis ist eine Reihenschaltung einfacher ÜGer: P-, I-, P-T₁-Glieder usw., Zählerfaktoren können noch hinzutreten.

Allgemeine Form und Eigenschaften von $F_0(s)$ in Beiblatt 18.

3.4 Stabilitätsdefinition und grundlegendes Stabilitätskriterium für Rke

Stabilitätsdefinition: Ein LZI-Glied heißt stabil, wenn seine Sprungantwort mit wachsender Zeit einen festen Wert annimmt, andernfalls heißt es instabil. (Sprungantwort-Stabilität).



1. Berechnung von $y_\sigma(t)$ aus $Y_\sigma(s) = F(s) \cdot \frac{1}{s}$ mittels Partialbruchzerlegung und elementweise Rücktransformation.
2. Untersuchung wann $\lim_{t \rightarrow \infty} y_\sigma(t) = \text{konstant}$ gilt:

Ein rationales ÜG ist genau dann stabil, wenn alle Pole seiner ÜF $F(s)$ links der j -Achse liegen.

Gestalt der Ortskurve bei Totzeit in $F_o(s)$?

Beispiel: Temperaturregelung mit $F_o(s) = \frac{V}{1+Ts} e^{-T_i s}$

$s = j\omega$ →

$$F_o(j\omega) = \frac{V}{1+Tj\omega} e^{-T_i j\omega} \Rightarrow$$

$$= V \quad \text{für } \omega=0$$

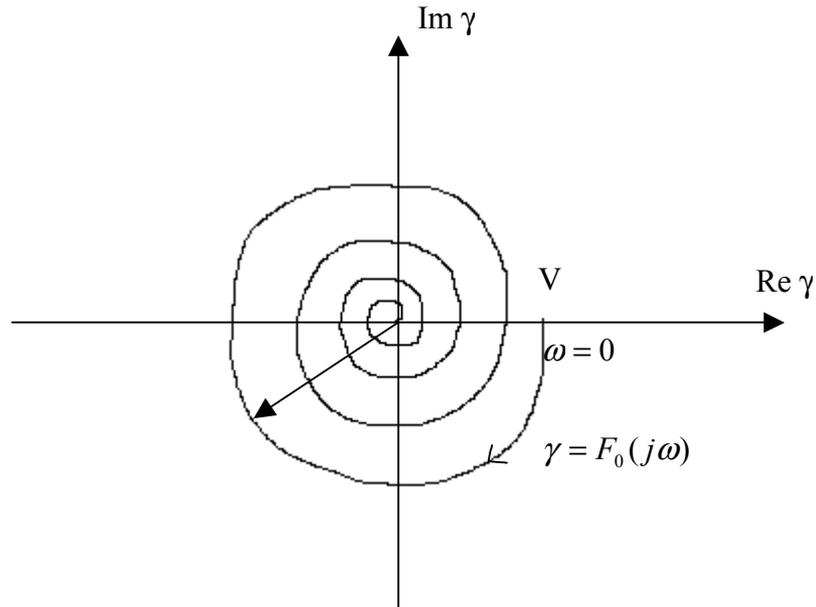
$$\bullet \quad |F_o(j\omega)| = \frac{V}{\sqrt{1+T^2\omega^2}} \cdot 1$$

$$\rightarrow 0 \quad \text{für } \omega \rightarrow +\infty$$

$$= 0^\circ \quad \text{für } \omega=0$$

$$\bullet \quad \arg F_o(j\omega) = 0^\circ - \arctan T\omega - T_i \omega$$

$$\rightarrow -\infty \quad \text{für } \omega \rightarrow +\infty$$



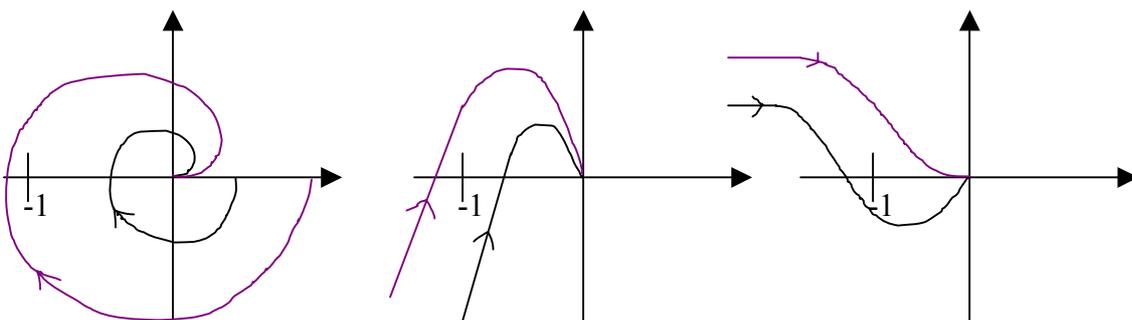
3.6 Das Nyquist-Kriterium (NK)

Gelten für die ÜF $F_0(s)$ des offenen Kreises die Voraussetzungen von Beiblatt 18, so ist der RK genau dann stabil, wenn die Ortskurve des offenen Kreises den Punkt -1 der Ortskurvenebene weder umschließt, noch durchdringt (oder einfacher ausgedrückt: wenn sie den Punkt -1 links liegen lässt).

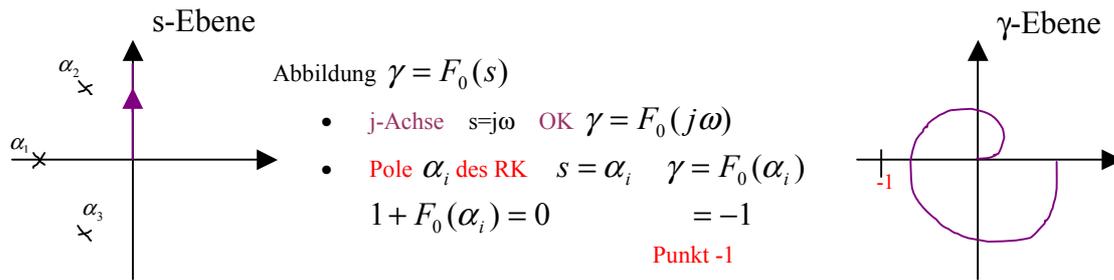
Nyquist-Kriterium (spezielle Form)

Falls Voraussetzung für $F_0(s)$ nicht erfüllt, allgemeine Form des NK verwenden (siehe Literatur).

Beispiele: — RK stabil — RK instabil



Plausibilitätserklärung zur Herleitung des NK aus dem grundlegenden Stabilitätskriterium:

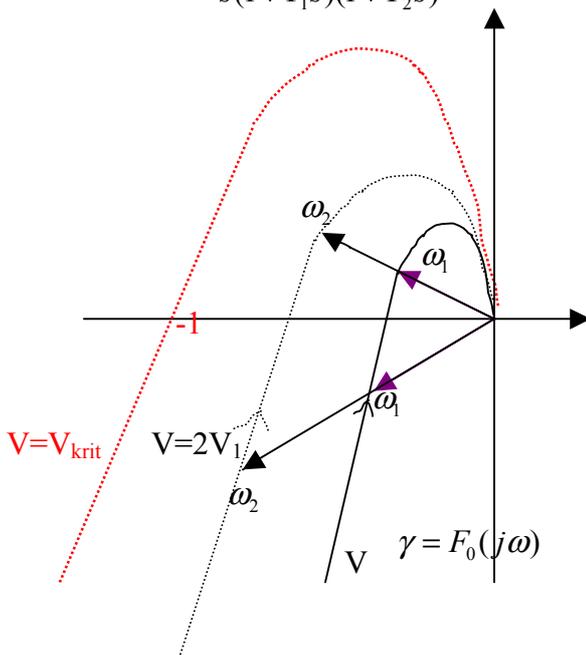


RK stabil, wenn seine Pole links der j-Achse liegen.

RK stabil, wenn der Pkt. -1 (Bild der Pole) links der OK (=Bild der j-Achse) liegt.

1. Beispiel zum NK: Geschwindigkeitsregelung (siehe Beiblatt 16)

$F_0(s) = \frac{V}{s(1+T_1s)(1+T_2s)}$: Verzögerungssystem der Ordnung n=3 mit I-Verhalten.



Dabei gilt (allgemein):

$$r = |F_0(j\omega)| = V \cdot |\tilde{F}_0(j\omega)|$$

$$\varphi = \arg F_0(j\omega) = \arg V + \arg \tilde{F}_0(j\omega) = \arg \tilde{F}_0(j\omega)$$

für $V > 0$

⇒ Variation von V bläht die OK auf bzw. zieht sie zusammen.

⇒ Falls OK Schnittpunkt mit negativ reeller Achse besitzt, gibt es ein $V = V_{krit}$, bei der die OK durch den Pkt. -1 geht:

Stabilitätsgrenze. Dort gilt: $F_0(j\omega) = -1$

Hier gilt: $F_0(j\omega) = \frac{V}{j\omega(1+T_1j\omega)(1+T_2j\omega)} \stackrel{!}{=} -1$; $V = (T_1 + T_2)\omega^2 - j\omega(1 - T_1T_2\omega^2)$

⇒

- $\omega(1 - T_1T_2\omega^2) = 0 \Rightarrow \omega = 0$ (keine Lösung, da $V_{krit} > 0$ sein muss) oder $\omega^2 = \frac{1}{T_1T_2} = \omega_{krit}^2$

- $V = (T_1 + T_2)\omega^2 = \frac{T_1 + T_2}{T_1T_2} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} = V_{krit}$

Annahme (wegen $T_1 \ll T_2$): $T_1 = 0 \Rightarrow V_{krit} = \infty \Rightarrow$ RK wäre für alle $V > 0$ stabil.

In Realität: $0 < T_1 \ll T_2 \Rightarrow V_{krit} \approx \frac{1}{T_1} < \infty \Rightarrow$ kleine Zeitkonstante begrenzt V nach oben und führt bei zu großem V zu Instabilität (ist aber bei großem V nicht mehr vernachlässigbar!)

Simulationen des Zeitverhaltens: siehe Beiblatt 20.

2. Beispiel zum NK: Temperaturregelung (siehe Beiblatt 16)

$F_0(s) = \frac{V}{1+Ts} e^{-T_t s}$: Totzeitsystem mit P-Verhalten / zugehörige OK siehe Abschnitt 3.4

An Stabilitätsgrenze muss gelten: $F_0(j\omega) \stackrel{!}{=} -1$

- $|F_0(j\omega)| = 1 \Rightarrow \frac{V}{\sqrt{1+T^2\omega^2}} \stackrel{!}{=} 1 \Rightarrow V = \sqrt{1+T^2\omega^2}$
- $\arg F_0(j\omega) = -\pi \Rightarrow 0 - \arctan T\omega - T_t\omega = -\pi \Rightarrow \arctan T\omega = \pi - T_t\omega$ (*)

Annahme: $T\omega \gg 1 \Rightarrow \arctan T\omega \approx \frac{\pi}{2}$ (*) $\Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2T_t} = \omega_{krit}$ (sofern $T\omega_{krit} \gg 1$)

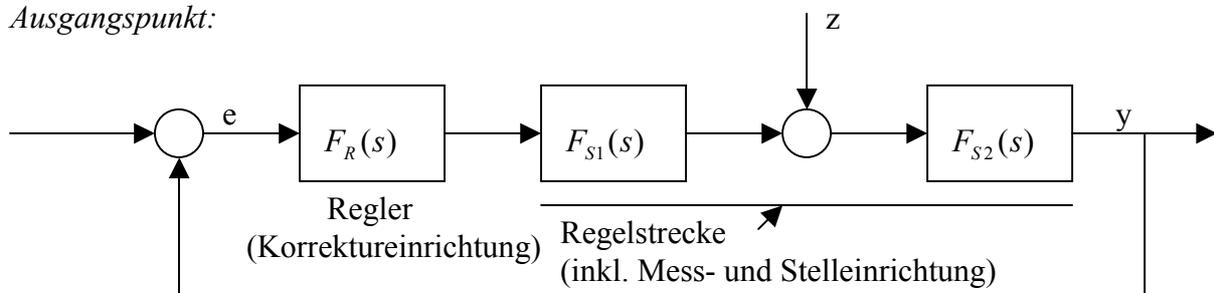
$$T_t \ll \frac{\pi}{2} T$$

Damit: $V_{krit} = \sqrt{1+T^2\omega_{krit}^2} = \sqrt{1 + \frac{\pi^2 T^2}{4 T_t^2}}$

Je größer T_t , desto kleiner V_{krit} und damit bei festem V den Abstand zur Stabilitätsgrenze, d.h. die Totzeit wirkt destabilisierend (gilt allgemein).

IV. Synthese (Entwurf) von Regelkreisen

Ausgangspunkt:



Damit:

$$F_0(s) = F_R(0)F_{S1}(s)F_{S2}(s) \quad (\text{korrigierter) offener Kreis}$$

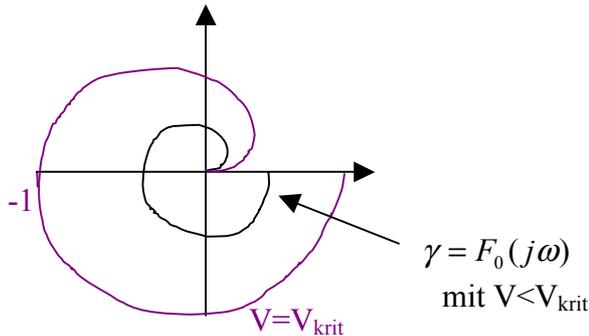
Annahme:

$F_0(0)$ erfülle die Voraussetzungen von Beiblatt 18.

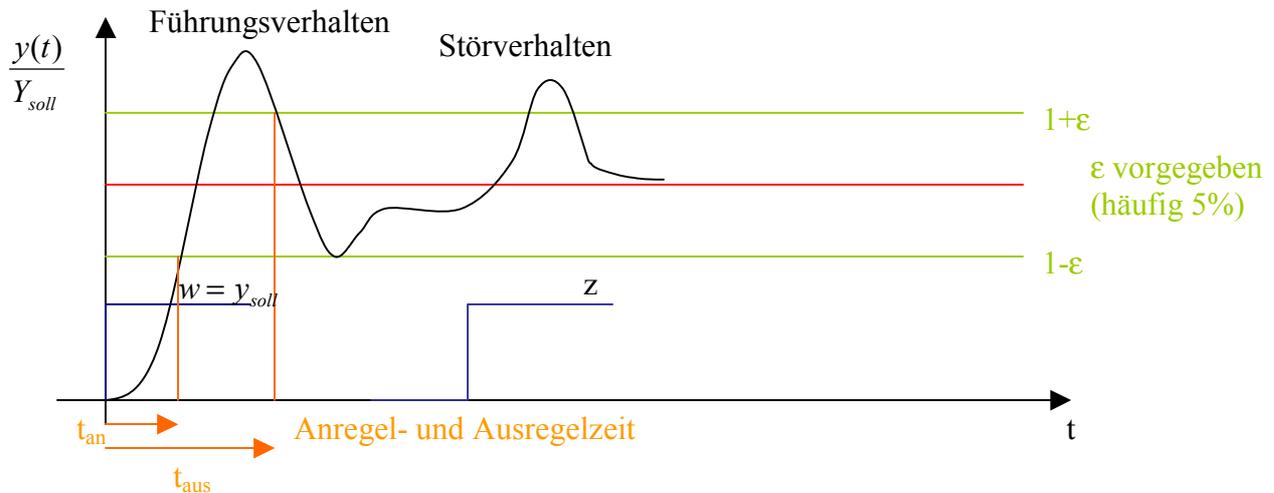
4.1 Anforderungen an den Regelkreis

- Grundanforderung 1: *Der RK muß stabil ein.*

Gemäß NK: Die OK $\gamma = F_0(j\omega)$ des korrigierten offenen Kreises muss den Punkt -1 links liegen lassen.



- Grundanforderung 2: *Der RK muß genügende stationäre Genauigkeit aufweisen.*



$$\left| 1 - \frac{y_{\infty}}{y_{\text{soll}}} \right| < \epsilon \iff \left| \frac{y_{\text{soll}} - y_{\infty}}{y_{\text{soll}}} \right| = \left| \frac{e_{\infty}}{y_{\text{soll}}} \right| < \epsilon$$

Gemäß Abschnitt 3.3: Man muss den Regler entweder ein I-Glied einfügen (sofern $F_{S1}(s)$ kein I-Glied enthält) oder V groß machen. Im ersten Fall ist $e_{\infty} = 0$, ansonsten gilt

(bei P-Verhalten von $F_0(0)$): $\left| \frac{e_{\infty}}{y_{\text{soll}}} \right| \sim \frac{1}{1+V}$

➔ Die Anforderungen 1 und 2 sind gegenläufig!!!

Beispiel: Temperaturregelung mit $T = 10T_t$

$$\rightarrow \text{Stabilität: } V < V_{krit} = \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{4} \cdot \left(\frac{T}{T_t}\right)^2} = 15,7$$

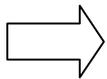
$$\rightarrow \text{Stationäre Genauigkeit: } \left| \frac{e_\infty}{\vartheta_{soll}} \right| = \frac{1}{1+V} \stackrel{!}{\leq} 5\%$$

$\rightarrow V \geq 19$: nicht gleichzeitig erfüllbar!!

- Grundanforderung 3: Der RK muß ausreichend gedämpft sein.
D.h.: Er darf bei Führungs- bzw. Störgrößenänderungen nicht oder nur mäßig über- bzw. unterschwingen (z.B. maximal 5% vom Endwert).
- Grundanforderung 4: Der RK muß genügend schnell sein.
D.h.: Er muß den Endwert in entsprechend kurzer Zeit hinreichend nahe kommen (z.B. t_{an} oder $t_{aus} <$ vorgegebenen Wert).

Simulationen auf Beiblatt 10

\rightarrow Die Anforderungen 3 und 4 sind ebenfalls gegenläufig!!!



Resultierende Synthesaufgabe: Regler so wählen, dass alle diese Anforderungen trotz ihrer Gegenläufigkeit zugleich erfüllt werden.

4.2 Herleitung der grundsätzlichen Regelstruktur

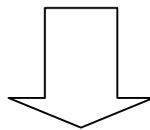
- Für stationäre Genauigkeit ideal: I-Glied im Regler
- Zur Stabilitätssicherung: Reglerverstärkung k_R für V-Einstellung erforderlich.

$$\rightarrow \text{Ansatz } F_R(s) = \frac{k_R}{s} \cdot \tilde{F}_R(s)$$

- Wie ist dann $\tilde{F}_R(s)$ zu wählen, damit auch die Anforderungen 3 und 4 erfüllt werden?

$$\text{Beispiel: } F_S(s) = F_{S1}(s) \cdot F_{S2}(s) = \frac{k_S}{(1+T_1s)(1+T_2s) \cdots (1+T_ns)}$$

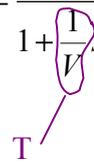
$$F_R(s) = \frac{k_R}{s} \tilde{F}_R(s)$$



$$F_0(s) = F_R(s)F_S(s) = \frac{\underbrace{k_R k_S}_{V} \tilde{F}_R(s)}{s(1+T_1s) \cdots (1+T_ns)}$$

Damit:
$$F_w(s) = \frac{F_0(s)}{1 + F_0(s)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{F_0(s)}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{V} \frac{(1 + T_1 s) \cdots (1 + T_n s)}{\tilde{F}_R(s)}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{V} s}$$

Mit :
$$\tilde{F}_R(s) = (1 + T_1 s) \cdots (1 + T_n s)$$



⇒ RK mit P-T₁-Verhalten, d.h. kein Überschwingen und über V bzw. k_R beliebig schnell einstellbar, dabei für alle V>0 stabil und stationär genau: ideales RK-Verhalten!!

$$F_R(s) = \frac{k_R}{s} (1 + T_{R1}s)(1 + T_{R2}s) \cdots (1 + T_{Rn}s)$$

Ideale Reglerstruktur:

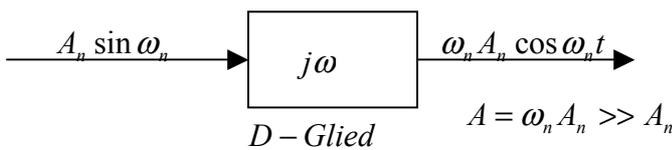
$$= \frac{r_{-1}}{s} + r_0 + r_1 s + r_2 s^2 + \cdots + r_{n-1} s^{n-1}$$

(entspricht einer Parallelschaltung von I-, P-, D-, D₂-Glied)

4.3 Realisierungsproblematik und resutierende Reglerstrukturen

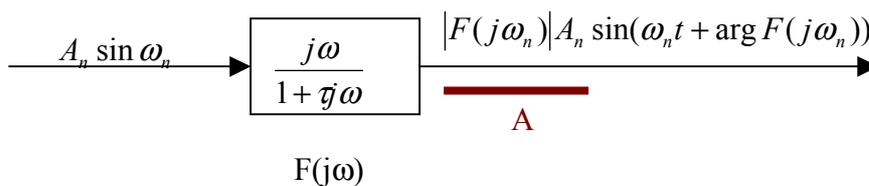
Die differenzierenden Anteile können wegen stets vorkommender Störwelligkeit (Rauschen) n(t) so nicht realisiert werden. In grober Näherung : $n(t) = A_n \sin \omega_n t$ mit A_n klein gegen mittlere Beträge der Systemgrößen und ω_n groß gegen Systemfrequenzen.

D-Glied:



Also:
D-Glied bewirkt starke Vergrößerung der Störwelligkeit!!

Abhilfe: Abschwächung der Differentiation durch kleine Nennerzeitkonstante $\tau > \frac{1}{\omega_n}$



Es gilt:
$$A = |F(j\omega_n)| \cdot A_n = \frac{\omega_n A_n}{\sqrt{1 + \tau^2 \omega_n^2}} = \frac{A_n}{\sqrt{\frac{1}{\omega_n^2} + \tau^2}} \approx \frac{A_n}{\tau}$$

\implies Störwelligkeitsverstärkung über τ einstellbar mit τ möglichst klein, damit weiterhin D-Verhalten.

D_2 -Glied, etc.: extreme Verstärkung der Störwelligkeit (mit $\omega^2, \omega^3, \dots$); so starke Abschwächung wäre erforderlich, dass letztlich nur D-Verhalten übrig bliebe. Neben P-Glied und I-Glied nur (verzögertes) D-Glied praktisch realisierbar!

\rightarrow realisierbare Reglerstrukturen:

A) Regler ohne D-Anteil:

P-Regler: $F_R(s) = k_R$; I-Regler: $F_R(s) = \frac{k_R}{s}$

PI-Regler: $F_R(s) = \frac{k_R}{s} \cdot (1 + T_R s) = k_R T_R + \frac{k_R}{s}$

B) bei höheren Anforderungen an die Regelungstechnik:

PID- T_1 -Regler oder (realer) PID-Regler , wobei $\tau < T_{R1}, T_{R2}$

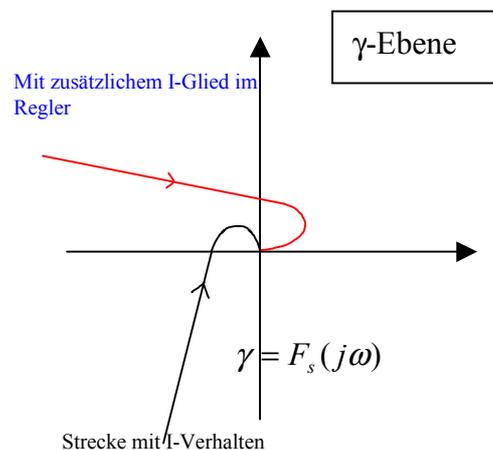
$$F_R(s) = \frac{k_R}{s} \cdot \frac{(1 + T_{R1}s)(1 + T_{R2}s)}{1 + \tau s} = k_R (T_{R1} + T_{R2} - \tau) + \frac{k_R}{s} + k_R (T_{R1} - \tau)(T_{R2} - \tau) \cdot \frac{s}{1 + \tau s}$$

(für $\tau=0$: idealer PID-Regler)

P-Glied

I-Glied

DT₁-Glied



PD- T_1 -Regler oder (realer) PD-Regler ,wobei $\tau < T_R$

Enthält die Regelstrecke bereits ein I-Glied, dann ist der PI-, bzw. der PID-Regler nicht angebracht, da ansonsten die Stabilitätssicherung problematisch ist!

⇒ Dann:

$$F_R(s) = k_R \frac{1 + T_R s}{1 + \tau s} = \underbrace{k_R}_{\text{P-Glied}} + \underbrace{k_R(T_R - \tau)}_{\text{DT}_1\text{-Glied}} \cdot \frac{s}{1 + \tau s} \quad (\text{für } \tau=0 : \text{idealer PD-Regler})$$

(wobei $\tau < T_R$)

4.4 Faustregeln für die Einstellung der Reglerparameter

Es gelte: $F_S(s) = k_S \frac{(1 + T_{Z1}s) \cdots}{(1 + T_1s)(1 + T_2s) \cdots}$ mit $T_1 > T_2 > \dots$

a) Wahl der Regler-Zählerzeitkonstanten

Um die größten (langsamsten) Streckenzeitkonstanten im RK unwirksam zu machen, ist deren Kompensation naheliegend, d.h. die Wahl:

- $T_R = T_1$ = größte Streckenzeitkonstante beim PI- und PD-Regler
 - $T_{R1} = T_1$ = größte Streckenzeitkonstante
 - $T_{R2} = T_2$ = zweitgrößte Streckenzeitkonstante
- } beim PID-Regler



Insbesondere zweckmäßig, wenn $T_1 \gg T_2 \dots$ bzw. $T_1, T_2 \gg T_3 \dots$



Falls $T_1 \approx T_2, \dots$ bzw. $T_2 \approx T_3$, dann ist folgendes meist günstiger:

- $T_R = \sum_{i=1}^n T_i$ = Summenzeitkonstante der Strecke beim PI- und PD-Regler
- $T_{R1} = T_1$; $T_{R2} = \sum_{i=2}^n T_i$ = Summenzeitkonstante der Reststrecke beim PID-Regler

Hinweis:

Kompensation nur wirksam, wenn der Störeingriff hinter den großen Streckenzeitkonstanten erfolgt. Falls nicht, dann ist Störverhalten mit nicht-kompensierenden Reglerzeitkonstanten erzielbar (siehe dazu Vorlesung „Synthese linearer Regelungen“).

b) Wahl der Regler-Nennerzeitkonstanten τ (beim realen PD / PID-Regler)

Damit ausgeprägtes D-Verhalten, τ möglichst klein gegen T_R bzw. T_{R2} , nach Maßgabe der Störwelligkeit;

$$\text{Normalerweise: } \frac{1}{50} \leq \frac{\tau}{T_R \text{ bzw. } T_{R2}} \leq \frac{1}{10}$$

bei schwächeren Störungen
bei stärkeren Störungen

c) Wahl der Reglerverstärkung k_R

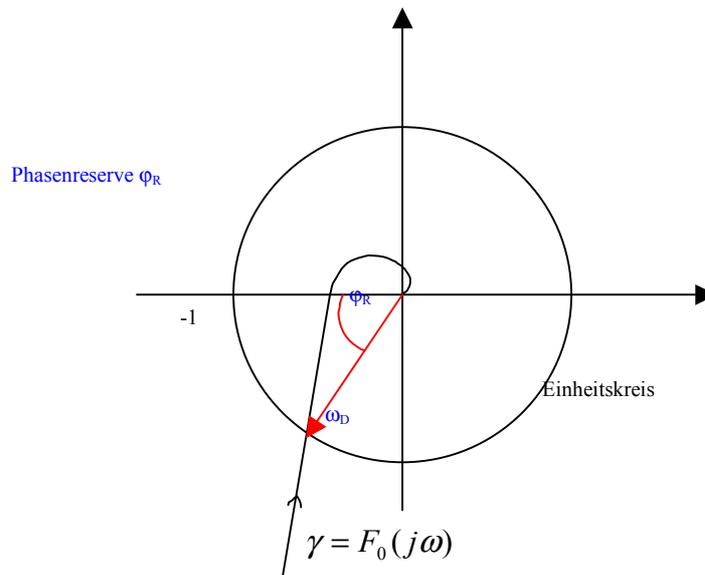
so zu wählen, dass $V = k_R k_S < V_{krit.}$ mit genügendem Sicherheitsabstand gilt (zur Sicherung von Stabilität und ausreichender RK-Dämpfung).

- Falls $F_0(s)$ ein Verzögerungssystem 2. Ordnung (oder als solches approximierbar) ist, dann ist der Regelkreis für alle $V > 0$ stabil mit P-T₂-Verhalten.

⇒ Bestimmung von V bzw., $k_R = \frac{V}{k_S}$ durch direkte Vorgabe der Dämpfung möglich.

- Ansonsten: Vorgabe der Phasenreserve φ_R als Maß für den Abstand von der Stabilitätsgrenze

(Voraussetzung: $|F_0(j\omega)|$ nimmt in der Umgebung von ω_D mindestens mit $\frac{1}{\omega}$ ab.



$$\text{Es gilt: } \varphi_R = \arg F_0(j\omega_D) + \pi$$

Richtwerte (Erfahrungswerte) für φ_R :

$\varphi_R =$	$70^\circ - 80^\circ$	für aperiodisches Verhalten
	$50^\circ - 70^\circ$	für mäßiges Überschwingen
	$30^\circ - 50^\circ$	für kräftiges Überschwingen (z.B. für Störungsausregelung)

Plausibilität:

- $\varphi_R = 90^\circ \implies F_0$ hat in ω_D -Umgebung I-Verhalten, d.h. der RK hat PT₁-Verhalten \implies kein Überschwingen!
- $\varphi_R = 0^\circ \implies F_0$ hat in ω_D -Umgebung Doppel-I-Verhalten, d.h. der RK hat PT₂-Verhalten mit $D=0 \implies$ Dauerschwingung!

\implies Für $0^\circ < \varphi_R < 90^\circ$ gedämpftes Einschwingverhalten, wobei Dämpfung umso größer, je größer φ_R .

resultierende Vorgehensweise:

1. Wahl der Phasenreserve φ_R (gemäß Richtwerten und RK-Anforderungen)
2. Bestimmung von ω_D aus $\arg F_0(j\omega) + \pi = \varphi_R$
3. Bestimmung von V aus $|F_0(j\omega_D)| = 1 \implies k_R = \frac{V}{k_S}$

4.5 Reglerentwurf für die Vorlesungsbeispiele

4.5.1 Fahrzeug-Geschwindigkeitsregelung

$$F_s(s) = \frac{k_1 k_2}{s(1+T_1 s)(1+T_2 s)} \quad \text{mit } T_1 = 0,3 \text{ sec} \ll T_2 \approx 30 \text{ sec}$$

Strecke mit I-Glied in $F_{s1}(s)$, d.h. stationäre Genauigkeit ist bereits gesichert \rightarrow Regler ohne I-Anteil ausreichend.

a.) *P-Regler:* mit $F_R(s) = k_R \rightarrow F_0(s) = F_R(s) \cdot F_s(s) = \frac{k_R k_1 k_2}{s(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$

$$\stackrel{T_1 \ll T_2}{\approx} \frac{V}{s(1+T_2 s)} \quad \text{:Verzögerungssystem 2. Ordnung}$$

$$\rightarrow F_w(s) = \frac{F_0(s)}{1+F_0(s)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{V}s + \frac{T_2}{V}s^2} \quad \text{:P-T}_2\text{-Glied mit } T^2 = \frac{T_2}{V} \implies T = \sqrt{\frac{T_2}{V}}$$

$\leq 2DT$ $= T^2$

$$2DT = \frac{1}{V} \implies D = \frac{1}{2\sqrt{VT_2}}$$

Wahl: $D = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ (d.h. nur 5% Überschwingen und $t_{an}=t_{aus}=3T$)

$$\rightarrow \frac{1}{2\sqrt{VT_2}} \stackrel{!}{=} \frac{1}{2}\sqrt{2} \rightarrow V = \frac{1}{2T_2} = k_R k_1 k_2 \rightarrow k_R = \frac{1}{2k_1 k_2 T_2}$$

Es gilt: $V = \frac{1}{2T_2} < \frac{1}{T_2} < \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} = V_{krit}$ (siehe Abschnitt 3.6)

→ RK ist bei obiger Einstellung stabil.

Dabei: $t_{an} = t_{aus} = 3T \approx 130 \text{ sec}$, denn $T = \sqrt{\frac{T_2}{V}} = \sqrt{2}T_2 = 43 \text{ sec}$ (vgl. Beiblatt 21/1)

Für schnelleres Einschwingen bei gleichbleibender Dämpfung Übergang zum

b.) PD-Regler: mit $F_r(s) = k_R \frac{1+T_R s}{1+\tau s}$

$$\rightarrow F_0(s) = F_R(0)F_s(s) = k_R \frac{1+T_R s}{1+\tau s} \cdot \frac{k_1 k_2}{s(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$$

$$\begin{matrix} T_R=T_2 \\ \tau=0,1T_R=0,1T_2 \\ \approx 3\text{sec} \gg T_1=0,3\text{sec} \end{matrix} \rightarrow F_0(s) = \frac{k_R k_1 k_2}{s(1+T_1 s)(1+\tau s)} \approx \frac{V}{s(1+\tau s)} \quad \text{: gegenüber P-Regelung } T_2 \text{ durch } \tau \text{ ersetzt.}$$

→ Auch hier $F_w(s)$ mit P- T_2 -Verhalten, wobei $T = \sqrt{\frac{\tau}{V}}$ und $D = \frac{1}{2\sqrt{V\tau}}$

Wahl gleicher Dämpfung bei P-Regelung, d.h. $D = \frac{1}{2}\sqrt{2} \rightarrow V = \frac{1}{2\tau}$.

Damit ist wie bei der P-Regelung die Stabilität gesichert und es gilt:

$$T = \sqrt{2\tau} = 0,1\sqrt{2}T_2 = \frac{1}{10}T_{P\text{-Regelung}} !$$

Also: Bei gleicher Dämpfung hier PD-Regelung im Führungsverhalten 10x schneller als die P-Regelung (siehe Beiblatt 21/1).

Störverhalten bei P- und PD-Regelung

$$F_z(s) = -\frac{k_2}{1+F_0(s)} = \begin{cases} -\frac{k_2}{V} \frac{s}{1+\frac{1}{V}s+\frac{T_2}{V}s^2} & \text{bei P-Regelung} \\ -\frac{k_2}{V} \frac{s}{1+\frac{1}{V}s+\frac{T_2}{V}s^2} \frac{1+\tau s}{1+T_2 s} & \text{bei PD-Regelung} \end{cases}$$

Die langsame Zeitkonstante T_2 bleibt trotz Wahl $T_R=T_2$ im Störverhalten der PD-Regelung wirksam \rightarrow Im Störverhalten geringere Verbesserung der Ausregelzeit als im Führungsverhalten (nur Faktor 4). (vgl. Beiblatt 21/1)
Stellgrößenverläufe der Regelungen und Simulationen mit nichtlinearen System: siehe Beiblatt 21/2-21/4.

4.5.2 Raumtemperaturregelung

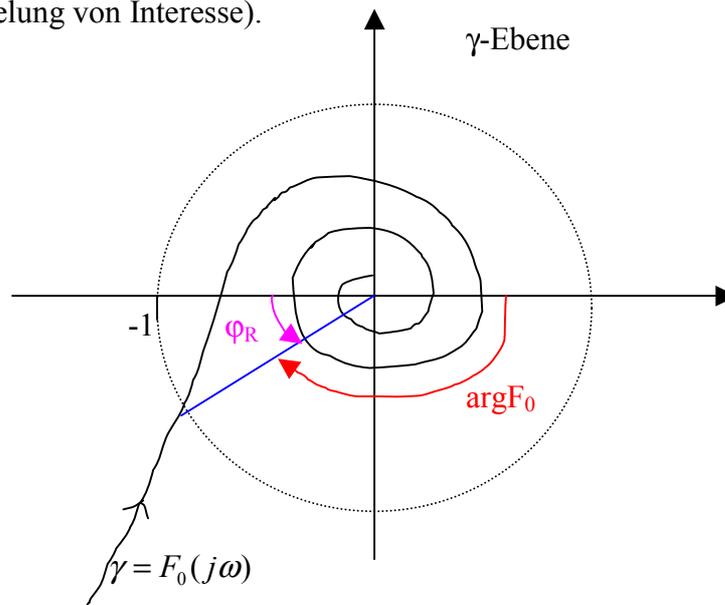
Mit P-Regler ist die Forderung nach max. 5% bleibende Regeldifferenz nicht erfüllbar (siehe Abschnitt 4.1).

Zur Sicherung von stationärer Genauigkeit: Übergang zum

PI-Regler: mit $F_R(s) = k_R \frac{1+T_R s}{s}$

$$\rightarrow F_0(s) = F_R(s)F_s(s) = k_R \frac{1+T_R s}{s} \frac{k_s}{1+T_s s} e^{-T_s s} \xrightarrow{T_R=T} F_0(s) = \frac{V}{s} e^{-T_s s} \quad \text{mit } V = k_R k_s$$

k_R -Festlegung über Vorgabe der Phasenreserve φ_R , z.B. $\varphi_R=45^\circ$ (da hier primär Störungsausregelung von Interesse).



- $\varphi_R = \arg F_0(j\omega_D) + \pi \stackrel{!}{=} \frac{\pi}{4}$
- $|F_0(j\omega_D)| \stackrel{!}{=} 1$

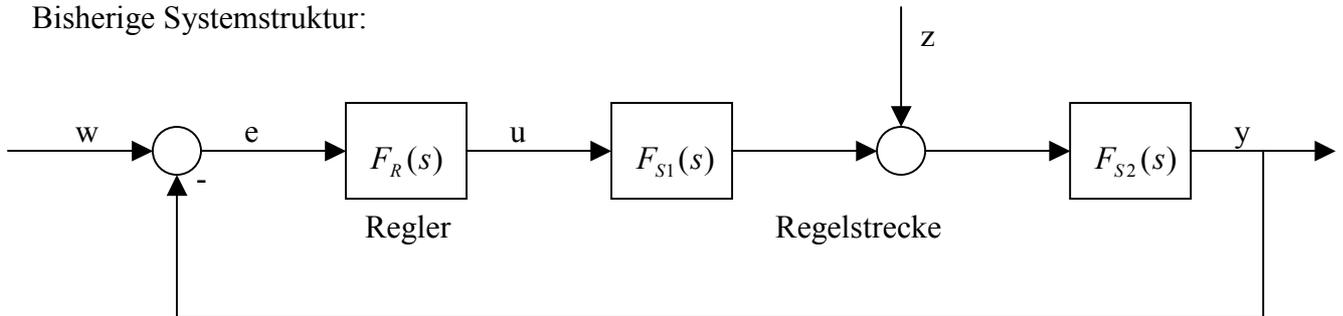
$$\rightarrow \omega_D = \frac{\pi}{4T_t} \quad ; \quad V = \omega_D = \frac{\pi}{4T_t} \quad ; \quad k_R = \frac{\pi}{4k_s T_t}$$

Damit gilt: $V = \frac{\pi}{4T_t} < V_{krit} = \frac{\pi}{2T_t}$ (siehe Übungsaufgabe 6.2)

\rightarrow RK-Stabilität ist gesichert!

4.6 Strukturelle Zusatzmaßnahmen zur weiteren Verbesserung des Systemverhaltens

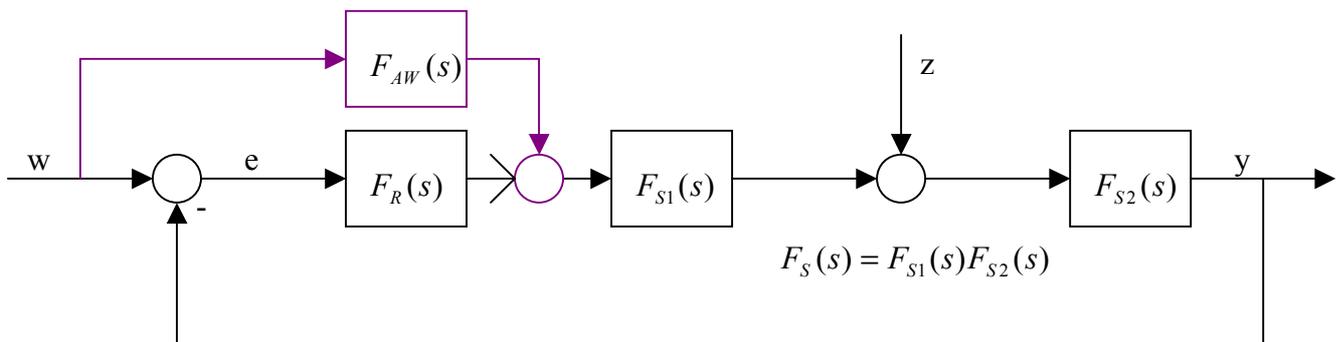
Bisherige Systemstruktur:



Falls damit die Anforderungen an Führungs- und Störverhalten nicht gleichzeitig erfüllbar sind, ergänzt man das System um weitere Korrekturglieder (zusätzlich zum Regler).

4.6.1 Steuerungstechnische Maßnahmen

a.) *Führungsgrößenaufschaltung (Vorsteuerung)*



Ziel: Regler von w-Einregelung entlasten, so dass er hauptsächlich für z-Ausregelung zuständig ist und gezielt hierfür entworfen werden kann.

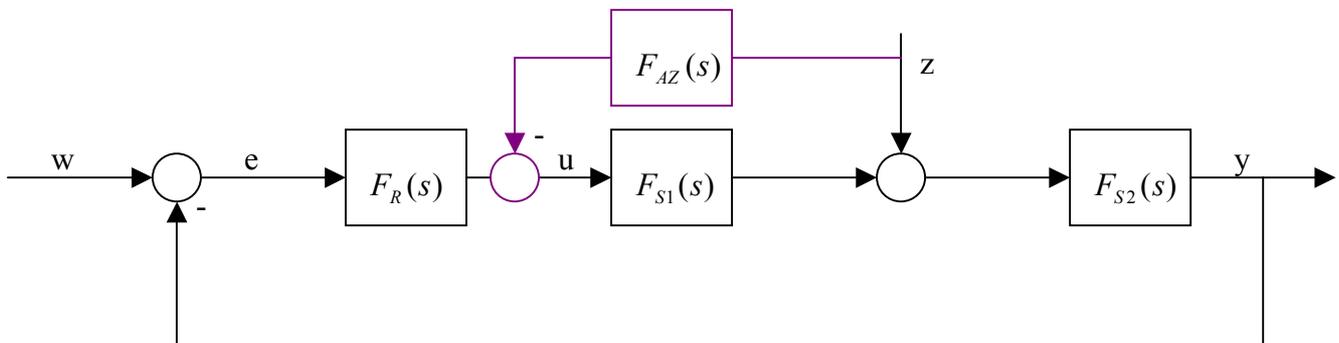
Idealfall: $E(s) = W(s) - Y(s) = \{1 - F_w(s)\}W(s) - F_z(s)Z(s) \stackrel{!}{=} -F_z(s)Z(s)$, d.h. nur z wird über $F_R(s)$ geregelt und w ausschließlich über $F_{AW}(s)$ gesteuert.

$$\Rightarrow F_w(s) = \frac{F_0(s) + F_{AW}(s)F_S(s)}{1 + F_0(s)} \stackrel{!}{=} 1 \iff F_{AW}(s) = \frac{1}{F_S(s)}$$

Jedoch ist $F_{AW}(s)$ meist so nicht realisierbar, weil durch Streckeninversion D-Anteile entstehen. Daher näherungsweise Realisierung, z.B.

$$F_{AW}(s) = \frac{1}{k_s} \frac{1+T_s s}{1+\tau s} \quad \text{mit } \tau < T_s, \quad \text{falls } F_S(s) \text{ durch P-T}_1\text{-Glied } \frac{k_s}{1+T_s s} \text{ approximierbar.}$$

b.) Störgrößenaufschaltung



Ziel: Regler von z-Ausregelung entlasten, so dass er hauptsächlich für w-Einregelung (bzw. Ausregelung der weiteren Störgrößen) zuständig ist und gezielt hierfür entworfen werden kann.

Idealfall: $E(s) = \{1 - F_w(s)\}W(s) - F_z(s)Z(s) \stackrel{!}{=} \{1 - F_w(s)\}W(s)$, d.h. nur w wird über $F_R(s)$ geregelt und z ausschließlich über $F_{AZ}(s)$ gesteuert.

$$\Rightarrow F_z(s) = \frac{F_{S2}(s) - F_{AZ}(s)F_{S1}(s)F_{S2}(s)}{1 + F_0(s)} \stackrel{!}{=} 0 \quad \Leftrightarrow \quad F_{AZ}(s) = \frac{1}{F_{S1}(s)}$$

Wegen erforderlicher Streckeninversion ist eine vollständige Störungskompensation über

$$F_{AZ}(s) = \frac{1}{F_{S1}(s)} \quad \text{meist nicht realisierbar.}$$

Daher näherungsweise Realisierung, z.B. oft statische Approximation von $\frac{1}{F_{S1}}$, d.h.

$$F_{AZ}(s) = \frac{1}{k_{S1}} \quad \text{mit } k_{S1} = F_{S1}(s=0) = \text{Verstärkung von Teilstrecke 1}$$

Vorraussetzung: Störgröße z muss mit vertretbarem Aufwand messbar sein!

Beispiel:

Außentemperatur bei Gebäudeheizungen, wird dort zur Störungskompensation durch entsprechende Veränderung der Vorlauftemperatur verwendet.

4.6.2 Regelungstechnische Maßnahmen: Einführung unterlagerter Regelkreise (Kaskadenregelung)

$$F_{wi}(s) = \frac{\frac{k_{Ri}k_1}{s(1+T_1s)}}{\frac{k_{Ri}k_1}{s(1+T_1s)} + 1} = \frac{1}{1 + 2D_iT_1s + T_1^2s^2}$$

$$\text{mit } T_i = \sqrt{\frac{T_1}{k_{Ri}k_1}} \quad \text{und} \quad D_i = \frac{1}{2\sqrt{k_{Ri}k_1T_1}}$$

$$D_i \stackrel{!}{=} \frac{1}{2}\sqrt{2} \rightarrow k_{Ri} = \frac{1}{2k_1T_1} \quad \text{und} \quad T_i = \sqrt{2}T_1 \ll T_2$$

2. **Störgrößenaufschaltung** zur Kompensation des $\Delta\alpha_{St}$ -Einflusses, wobei $\Delta\alpha_{St}$ über Navigationssystem (oder Stör-Beobachter) gegeben ist.

$$\frac{L\{\Delta v\}}{L\{\Delta\alpha_{St}\}} = \frac{k_2}{1+T_2s} \cdot \left\{ F_{AZ}(s)F_{wi}(s) - \frac{mg}{k_2} \right\} \stackrel{!}{=} 0 \rightarrow F_{AZ}(s) = \frac{mg}{k_2} = konst.$$

3. **Überlagerte PI-Geschwindigkeitsregelung** zur Sollwertfolge.

$$T_{Ra} = T_2 \rightarrow F_0(s) = \frac{k_{Ra}k_2}{s} \rightarrow F_{wa}(s) = \frac{\frac{k_{Ra}k_2}{s}}{1 + \frac{k_{Ra}k_2}{s}} = \frac{1}{1 + T_a s} \quad \text{mit } T_a = \frac{1}{k_{Ra}k_2}$$

$$\text{z.B.:} \quad T_a \stackrel{!}{=} \frac{1}{2}T_2 \quad k_{Ra} = \frac{2}{k_2T_2}$$

resultierendes Zeitverhalten: siehe Beiblatt 21/1-21/5

V. Realisierung von Reglern

5.1 Analoge Realisierungen

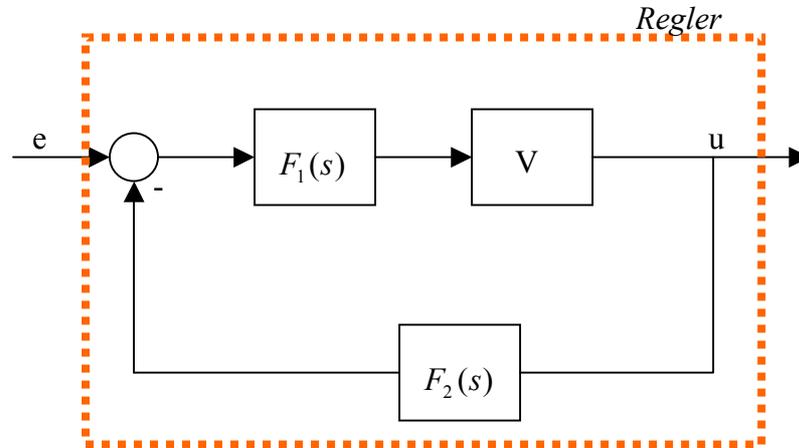
5.1.1 Regler ohne Hilfsenergie (meist P-Regler)

Beispiele: siehe Beiblatt 24/1 und 24/2

5.1.2 Regler mit Hilfsenergie (alle Reglertypen)

Gemeinsames Grundprinzip:

Aufbau als rückgekoppelter Verstärker



$$F_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{VF_1(s)}{1 + VF_1(s)F_2(s)} \approx \frac{VF_1(s)}{VF_1(s)F_2(s)} = \frac{1}{F_2(s)}$$

für $|VF_1(s)F_2(s)| \gg 1$, z.B. durch $V \gg 1$

Beispiele für pneumatische und elektronische PI-Regler: siehe Beiblatt 24/3

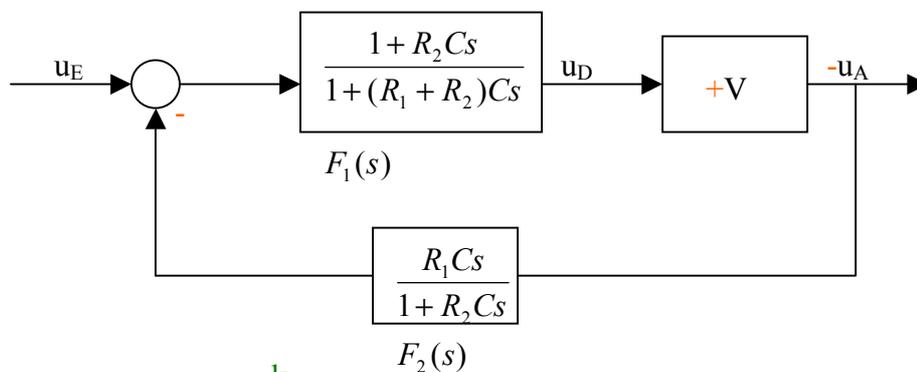
Elektronische Regler:

- Operationsverstärker: $u_A = Vu_D$ mit $V \gg 1$ (1)

- Beschaltung: $u_E = R_1 i + u_D$; $u_A = -R_2 i - \frac{1}{c} \int id\tau + u_D$

.... Laplace-Transformation und Elimination von $I(s) \rightarrow$

$$U_D(s) = \frac{1 + R_2 Cs}{1 + (R_1 + R_2)Cs} \left[U_E(s) + \frac{R_1 Cs}{1 + R_2 Cs} U_A(s) \right]$$



b.w.

$$V \gg 1 \rightarrow F_R(s) \approx \frac{1}{F_2(s)} = \frac{k_R}{R_1 C} \frac{1 + R_2 Cs}{s} \quad \text{PI-Regler}$$

5.2 Digitale Realisierung

Jede digitale Regelung setzt einen Abtastvorgang voraus, d.h. die Entnahme diskreter Funktionswerte aus einem kontinuierlichen Zeitverlauf → grundsätzlicher Aufbau einer digitalen Regelungen gemäß Beiblatt 15.

Regelalgorithmen:

- a.) quasikontinuierlicher Fall, d.h. der digitale Regler arbeitet wie ein zeitkontinuierlicher Regler → Entwurf im Kontinuierlichen (wie bisher) und anschließend Zeitdiskretisierung des Reglers.

Voraussetzung: Abtastzeit genügend klein gegenüber Zeitkonstante der Regelung (Faktor 5-10 kleiner).

- b.) zeitdiskreter Fall, d.h. digitaler Regler arbeitet als zeitdiskreter Regler (Abtastregler) → Entwurf im zeitdiskreten auf Basis einer zeitdiskreten Regelsystembeschreibung (z.B. z-Übertragungsfunktion). Siehe dazu Vorlesung „Digitale Regelung“.

Hier: *quasikontinuierliche Betrachtung*

1. Schritt: Reglerentwurf im Kontinuierlichen (wie bisher).

2. Schritt: Diskretisierung des Reglers.

Beispiel: Idealer PID-Regler mit $U(s) = F_R(s) \cdot E(s)$, wobei

$$F_R(s) = k_R \frac{(1 + T_{R1}s)(1 + T_{R2}s)}{s} = k_R \left[\frac{1}{s} + (T_{R1} + T_{R2}) + T_{R1}T_{R2}s \right]$$

$$\Rightarrow F_R(s) = \underbrace{k_R(T_{R1} + T_{R2})}_{k_p} \left[1 + \frac{1}{\underbrace{(T_{R1} + T_{R2})}_{T_N}s} + \frac{T_{R1}T_{R2}}{T_{R1} + T_{R2}}s \right]$$

k_p : Proportionalbeiwert

T_N : Nachstellzeit

T_v : Vorhaltzeit

Hinweis:

- Beim PID-Regler gilt für $T_{R1} \gg T_{R2}$: $k_p = k_R T_{R1}$; $T_N = T_{R1}$; $T_v = T_{R2}$

- Beim PI-Regler gilt mit $F_R(s) = k_R \frac{1 + T_R s}{s} = k_R T_R \left(1 + \frac{1}{T_R s}\right)$:

$$k_p = k_R T_R; \quad T_N = T_R \quad \Rightarrow \quad F_R(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_N s}\right) = k_p \frac{1 + T_N s}{T_N s}$$

- Beim PD-Regler gilt $F_R(s) = k_R (1 + T_R s)$: $k_p = k_R$; $T_v = T_R$

$$\Rightarrow F_R(s) = k_p (1 + T_v s)$$

Damit gilt:
$$U(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_N s} + T_v s\right) \cdot E(s) = k_p \left[E(s) + \frac{1}{T_N} \frac{E(s)}{s} + T_v s \cdot E(s) \right]$$

→
$$u(t) = k_p \left[e(t) + \frac{1}{T_N} \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau + T_v e(t) \right] \quad (1)$$

Übergang zum zeitdiskreten Algorithmus, d.h. Betrachtung von Gleichung (1) nur zu den Abtastzeitpunkten $t=kT$, $k=0,1,2,\dots$

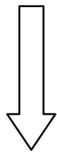
- $u(t)$ und $e(t)$ gehen über in $u_k = u(kT)$ und $e_k = e(kT)$; $k=0,1,2,\dots$

- Integral $\int_0^{t=kT} e(\tau) d\tau$
 - Rechteckregel: $T \sum_{v=0}^{k-1} e_v$
 - Trapezregel: $\frac{T}{2} \sum_{v=0}^{k-1} (e_v + e_{v+1})$

- Differentialquotient $\dot{e}(t = kT)$ wird ersetzt durch den Differentialquotienten $\frac{e_k - e_{k-1}}{T}$

Damit wird aus (1), falls die Rechteckregel verwendet wird:

$$u_k = k_p \left[e_k + \frac{T}{T_N} \sum_{v=0}^{k-1} e_v + \frac{T_v}{T} (e_k - e_{k-1}) \right]: \text{PID-Stellungsalgorithmus}$$



rekursive Form durch Differenzbildung: $u_k - u_{k-1} = k_p [e_k + \dots] - k_p [e_{k-1} + \dots]$

$$u_k = u_{k-1} + k_p \left[\left(1 + \frac{T_v}{T}\right) e_k - \left(1 - \frac{T}{T_N} + 2 \frac{T_v}{T}\right) e_{k-1} + \frac{T_v}{T} e_{k-2} \right]:$$

PID-Geschwindigkeitsalgorithmus Δu_k

Hinweise:

- Manche Stelleinrichtungen, z.B. Schrittmotoren, dürfen nicht durch Absolutwerte u_k , sondern nur durch Inkremente $\Delta u_k = u_k - u_{k-1}$ angesteuert werden.
- Algorithmen mit Trapezregel bzw. für reale ÜF-en in entsprechender Weise ableitbar.
- Aus PID-Algorithmus PI-Algorithmen für $T_v=0$ bzw. PD-Algorithmen für $T_N \rightarrow \infty$ erhältlich.

3. Schritt: Überprüfung des Entwurfs (insbesondere hinsichtlich der gewählten Abtastzeit T) durch Simulation.