(Name) (Vorname) (Matrikelnummer)

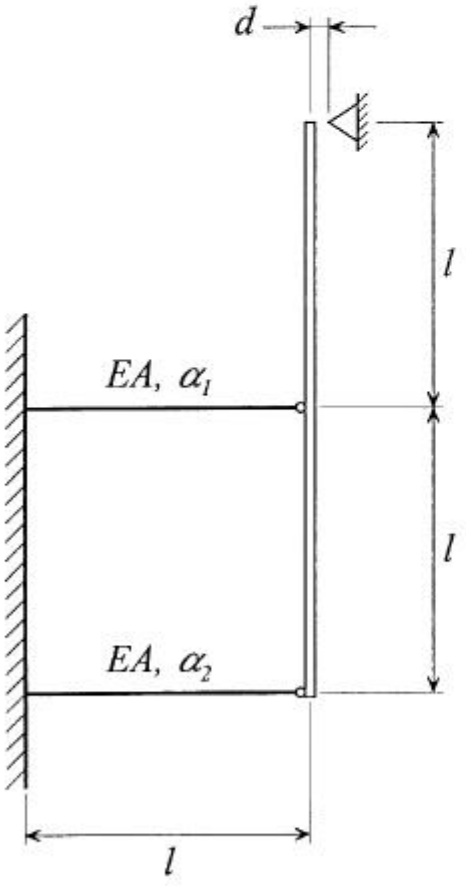
Diplomvorprüfung Technische Mechanik im Studiengang Elektrotechnik

Lehrstuhl für Technische Mechanik
Prof. Dr.–Ing. habil. G. Kuhn

09.10.2000 09:30 — 10:45 Hörsaal H10

Alle Hilfsmittel sind zugelassen!

1. Aufgabe



Ein idealisierter Temperaturschalter hat den in der Skizze gezeigten Aufbau. Die beiden Stäbe (Länge l, Temperaturausdehnungskoeffizienten α_1, α_2) sind links fest eingespannt und an ihrem rechten Ende über ein Gelenk mit dem **starren** Balken (Länge $2l$) verbunden. Bei Raumtemperatur beträgt der Kontaktspalt d.

Gegeben: d, l, EA

Bestimmen Sie:

1.1 den Bereich für das Verhältnis $\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$, so daß bei einer (ausreichenden) Temperaturerhöhung der Kontakt geschlossen wird.

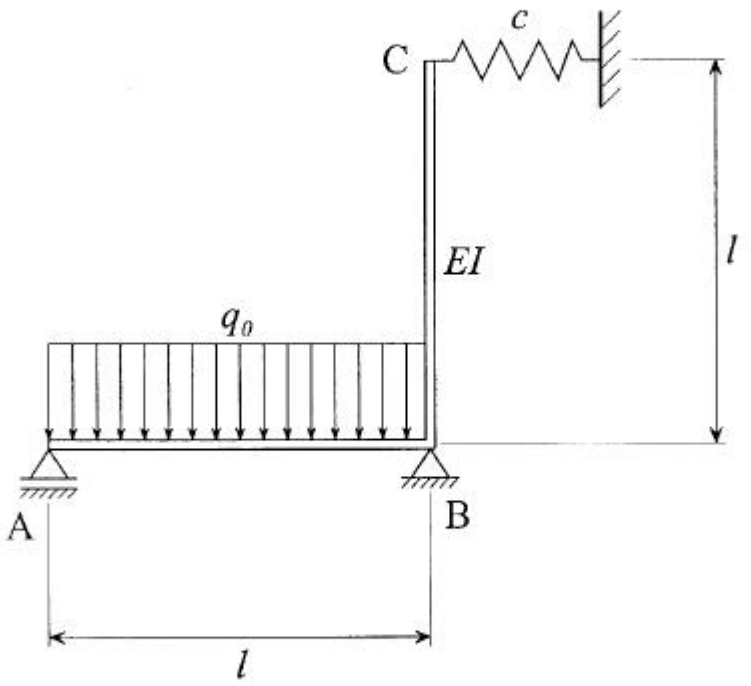
1.2 die Temperaturdifferenz Θ_1 bei der sich der Kontakt schließt, wenn für $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 2$ gilt.

1.3 die Normalpannung $|\sigma_{b_{max}}|$ in den Stäben, wenn nach dem Schließen des Kontakts die Temperatur nochmals um Θ_2 erhöht wird und weiterhin für $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 2$ gilt.

Hinweis: Alle Teilaufgaben sind unabhängig voneinander lösbar.

2. Aufgabe

Der skizzierte Rahmen ABC (Steifigkeit EI = konst.) ist in den Auflagern A (Rollenlager) und B (Festlager) gelagert, im Bereich AB durch die lineare Streckenlast q_0 belastet und durch die Feder (Federkonstante c) im Punkt C abgestützt. Die Feder ist im unbelasteten Zustand spannungsfrei.

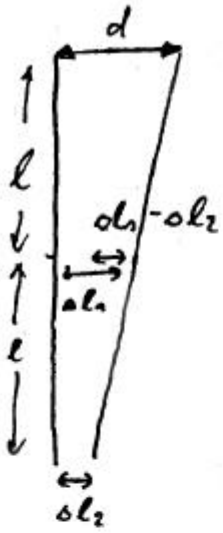


Gegeben: $c,\ l,\ q_0,\ EI$

Bestimmen Sie die Auflagerreaktionen sowie die Federkraft unter alleiniger Berücksichtigung der Biegearbeit im Balken.

Aufgabe 1:

1.1



$$d = \Delta l_2 + 2(\Delta l_1 - \Delta l_2) = 2\Delta l_1 - \Delta l_2$$

$$\frac{d}{\Theta l} = 2\alpha_1 - \alpha_2$$

$$\Theta \to \infty \Rightarrow \quad \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \geq \frac{1}{2}$$

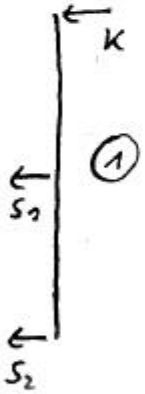
1.2

$$\frac{d}{\Theta_1 l} = 2\alpha_1 - \alpha_2 = 3\alpha_2$$

$$\Theta_1 = \frac{d}{3l\alpha_2}$$

$$\Theta_2 = \frac{2d}{3l\alpha_1}$$

1.3



$$S_1 + S_2 + K = 0$$

$$S_1 = -2S_2$$

$$\Delta l_1 = \frac{1}{2}\Delta l_2$$

$$\frac{S_1 l}{EA} + 2\alpha_2 \Theta_2 l = \frac{S_2 l}{2EA} + \alpha_2 \Theta_2 \frac{1}{2} l$$

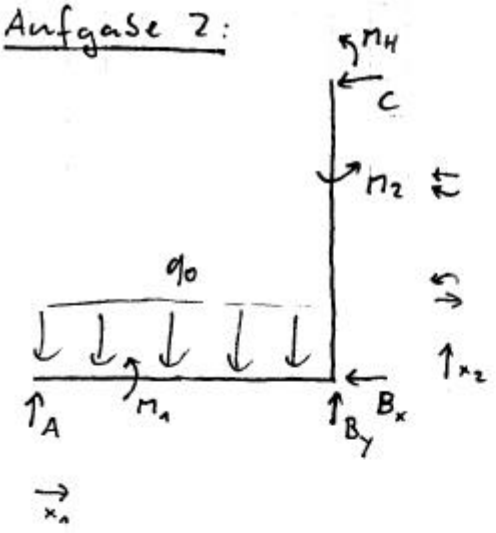
$$S_2 = \alpha_2 \Theta_2 EA = \frac{\alpha_1}{2} \Theta_2 EA$$

$$S_1 = -2\alpha_2 \Theta_2 EA = -\alpha_1 \Theta_2 EA$$

$$\sigma_2 = \frac{\alpha_1}{2} \Theta_2 E = \alpha_2 \Theta_2 E$$

$$\sigma_1 = -\alpha_1 \Theta_2 E = -2\alpha_2 \Theta_2 E$$

Aufgabe 2:



$$A + B_y - q_0 \ell = 0$$

oder $\quad B_x + C = 0$

$$A\ell - q_0 \frac{\ell^2}{2} - C\ell - M_H = 0$$

$$A = C + q_0 \frac{\ell}{2} + \frac{M_H}{\ell}$$

Castigliano:

$$M_1 - A_x + q_0 \frac{x^2}{2} = 0$$

$$M_1 = Cx + q_0 \frac{\ell x}{2} + \frac{M_H x}{\ell} - q_0 \frac{x^2}{2}$$

$$M_2 + M_H + Cx = 0$$

$$M_2 = -Cx - M_H$$

	$\frac{\partial M}{\partial C}$	$\frac{\partial M}{\partial M_H}$
1	x	$\frac{x}{\ell}$
2	$-x$	-1

$$0 = \frac{1}{EI}\left[\int_0^\ell Cx^2 + q_0 \frac{\ell x^2}{2} - q_0 \frac{x^3}{2}\, dx + \int_0^\ell Cx^2\, dx\right] + \frac{C}{c}$$

$$= \frac{1}{EI}\left(\frac{2C\ell^3}{3} + \frac{q_0 \ell^4}{6} - \frac{q_0 \ell^4}{8}\right) + \frac{C}{c}$$

$$\Rightarrow \quad C\left(\frac{2\ell^3}{3EI} + \frac{1}{c}\right) = -\frac{q_0 \ell^4}{24 EI}$$

$$C = -\frac{q_0 \ell^4}{24\left(\frac{2}{3}\ell^3 + \frac{EI}{c}\right)}$$

$$A = \frac{q_0 l}{2} - \frac{q_0 l^4}{24\left(\frac{2l^3}{3} + \frac{EI}{c}\right)}$$

$$B_x = \frac{q_0 l^4}{24\left(\frac{2l^3}{3} + \frac{EI}{c}\right)}$$

$$B_y = \frac{q_0 l}{2} + \frac{q_0 l^4}{24\left(\frac{2l^3}{3} + \frac{EI}{c}\right)}$$

$$f_H = \frac{q_0 l^4 c^{-1}}{24\left(\frac{2l^3}{3} + \frac{EI}{c}\right)}$$

ww

$$w_c = \frac{1}{EI}\left[\int_0^l C\frac{x}{l} + q_0\frac{x^2}{2} - q_0\frac{x^3}{2l}\,dx + \int_0^l cx\,dx\right]$$

$$= \frac{1}{EI}\left(C\frac{l^2}{3} + q_0\frac{l^3}{6} - q_0\frac{l^3}{8} + C\frac{l^2}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{EI}\left(Cl^2\frac{5}{6} + \frac{1}{24}q_0 l^3\right)$$

$$= \frac{1}{EI}\left(\frac{1}{24}q_0 l^3 - \frac{5 q_0 l^6}{144\left(\frac{2l^3}{3} + \frac{EI}{c}\right)}\right)$$

Biegelinie:

$EI\,w_I''' = q_0$

$w_I''' = q_0 x + c_1$

$w_I'' = q_0\frac{x^2}{2} + c_1 x + c_2$

$w_I' = q_0\frac{x^3}{6} + c_1\frac{x^2}{2} + c_2 x + c_3$

$w_I = q_0\frac{x^4}{24} + c_1\frac{x^3}{6} + c_2\frac{x^2}{2} + c_3 x + c_4$

$EI\,w_{II}''' = C$

$w_{II}'' = Cx + c_5$

$w_{II}' = C\frac{x^2}{2} + c_5 x + c_6$

$w_{II} = C\frac{x^3}{6} + c_5\frac{x^2}{2} + c_6 x + c_7$

RB:

$w_I(0) = w_I(l) = 0$

$w_I''(0) = 0$

$w_I''(l) = w_I''(0)$

$w_I'(l) = w_I'(0)$

$w_{II}(0) = 0$

$w_{II}''(0) = -Cl = c_5$

$c\,w_{II}(l) = C$

$$w_I(\ell) = q_0 \frac{\ell^4}{24} + c_1 \frac{\ell^3}{6} + c_3 \ell = 0 \qquad c_3 = -q_0 \frac{\ell^3}{24} - c_1 \frac{\ell^2}{6}$$

$$w_I''(\ell) = q_0 \frac{\ell^2}{2} + c_1 \ell = w_{II}''(0) = c_5 = -M$$

$$c_1 = -C - q_0 \frac{\ell}{2}$$

$$c_3 = -q_0 \frac{\ell^3}{24} + C \frac{\ell^2}{6} + q_0 \frac{\ell^3}{12}$$

$$= q_0 \frac{\ell^3}{24} + C \frac{\ell^2}{6}$$

$$w_I'(\ell) = q_0 \frac{\ell^3}{6} - C \frac{\ell^2}{2} - q_0 \frac{\ell^3}{4} + q_0 \frac{\ell^3}{24} + C \frac{\ell^2}{6} = c_6$$

$$= -\frac{1}{24} q_0 \ell^3 - \frac{1}{3} C \ell^2 = c_6$$

$$C w_{II}(\ell) = \frac{C}{EI} \left(C \frac{\ell^3}{6} - C \frac{\ell^3}{2} - \frac{1}{24} q_0 \ell^4 - \frac{1}{3} \ell^3 C \right) = C$$

$$\frac{C}{EI} \left(-\frac{2}{3} \ell^3 C - \frac{1}{24} q_0 \ell^4 \right) = C$$

$$C \cdot \left(\frac{EI}{C} + \frac{2}{3} \ell^3 \right) = -\frac{1}{24} q_0 \ell^4$$

$$C = -\frac{q_0 \ell^4}{24 \left(\frac{2}{3} \ell^3 + \frac{EI}{C} \right)}$$

A, B_x, B_y

$$EI\, w_{II}'(\ell) = C \frac{\ell^2}{2} - C\ell^2 - \frac{1}{24} q_0 \ell^3 - \frac{1}{3} C \ell^2$$

$$= -\frac{5}{6} C \ell^2 - \frac{1}{24} q_0 \ell^3$$

$$\Psi = \frac{1}{EI} \left(-\frac{1}{24} q_0 \ell^3 + \frac{q_0 \ell^4}{24 \left(\frac{2}{3} \ell^3 + \frac{EI}{C} \right)} \right)$$

$$w_{II}(\ell) = \frac{C}{C}$$